

Table des matières

Introduction	1
0.1 Pourquoi les boomerangs	1
0.2 Historique du boomerang	2
0.3 Explication simple du mouvement du boomerang	3
1 Etude dynamique du vol du boomerang	5
1.1 Définition des repères	5
1.2 Equations de la dynamique	6
1.2.1 Résultante cinétique	6
1.2.2 Calcul de la matrice d'inertie	7
1.2.3 Moment cinétique	8
1.3 Equations du mouvement	10
1.4 Mesure expérimentale des différentes variables cinématiques	12
1.4.1 Grandeurs caractéristiques du boomerang	12
1.4.2 Conditions initiales du lancer	12
1.4.3 Trajectoires du boomerang	13
2 Etude aérodynamique du vol du boomerang	15
2.1 Bilan des forces	15
2.1.1 Hypothèses	15
2.1.2 Forces de gravitation	15
2.1.3 Forces aérodynamiques	15
2.2 Méthodologie	17
2.3 Existence d'une zone à "vitesses négatives"	18
2.4 Approximation de la plaque plane	18
2.5 Premier calcul de forces : modèle discret	19
2.6 Modèle continu	19
2.7 Enrichissement du modèle	20
2.8 Prise en compte de la traînée	22
2.9 Calcul de la vitesse induite d'un rotor en vol stationnaire	23
3 Résolution numérique des équations du vol	26
3.1 Objectifs de la résolution numérique	26
3.2 Principes de la simulation	27
3.3 Etudes de la validité des différents modèles aérodynamiques	27
3.4 Etude de l'influence des conditions initiales	28
3.4.1 Influence de la vitesse initiale	28
3.4.2 Influence de la vitesse de rotation initiale	29
3.4.3 Influence de l'angle θ initial	29
3.5 Etude de l'influence de la forme du boomerang sur la trajectoire	30

4	Organisation du projet	31
4.1	Les méthodes de travail	31
4.1.1	La définition des objectifs, identification des difficultés	31
4.1.2	La répartition des tâches	31
4.1.3	La gestion du temps, suivi de l'avancement des travaux	32
4.2	Le travail en équipe	32
4.2.1	Réunions avec le tuteur	32
4.2.2	Réunions de groupe	32
4.2.3	Réunions "techniques"	33
4.2.4	Les limites du travail en équipe	33
4.3	Les relations humaines au sein du groupe	33
4.3.1	L'intégration et l'apport des individualités	33
4.3.2	La gestion des comportements	34
	Conclusion	35
	Bibliographie	36
	Annexe : Etude de l'influence des conditions initiales du lancer	37

Introduction

Un boomerang est un objet fascinant : comment un tel objet dont les formes varient à l'infini au gré des humeurs des amateurs de boomerang revient-il inévitablement vers son lanceur ? De cette question simple découle toute la problématique de notre projet scientifique collectif . Nous avons donc procédé méthodiquement pour répondre à cette problématique. Nous nous sommes tout d'abord intéressés à la partie visible de l'iceberg en tentant de déterminer la trajectoire du boomerang, ce qui a motivé la première partie de notre travail : l'étude dynamique. Par l'intermédiaire de la relation fondamentale de la dynamique, nous avons ensuite été amenés à étudier les forces aérodynamiques s'exerçant sur le boomerang, forces qui jouent un rôle prépondérant dans la mécanique du vol du boomerang . Enfin, pour terminer notre travail du point de vue scientifique, nous avons essayé d'évaluer l'influence de la forme du boomerang sur son vol et ainsi comprendre pourquoi les possibilités des fabricants semblent quasiment illimitées. Pour terminer ce rapport, nous avons souhaité analyser notre travail dans son ensemble et mesurer les apports de cette première expérience du travail d'équipe.

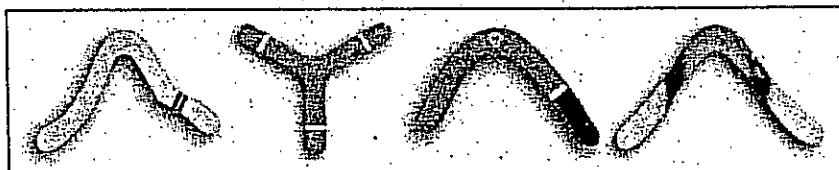


FIG. 1 - différents types de boomerangs

0.1 Pourquoi les boomerangs

Qui n'a pas été émerveillé, en regardant pour la première fois le vol d'un boomerang, de voir celui-ci revenir à son lanceur ? Qui, de plus, n'a pas un jour cherché l'explication à ce phénomène étrange, connu des hommes depuis plusieurs milliers d'années. C'est animés de cette curiosité et de ce désir d'en savoir plus, notions au cœur de tout travail scientifique, que nous avons choisi de dédier notre Projet Scientifique Collectif à l'étude du vol des Boomerangs. En effet, l'explication scientifique d'un tel phénomène familier mais pourtant très complexe nous était a priori inconnue, mais suscitait pour nous tous un goût d'en savoir plus.

Notre choix a également été motivé par le fait qu'un tel sujet nous semblait correspondre parfaitement aux différents objectifs du projet scientifique collectif. D'abord par sa simplicité, ce qui en fait un sujet abordable, et se prêtant bien à quelques

expériences ou mesures relativement simples. Ensuite car son étude fait intervenir plusieurs disciplines scientifiques, l'étude dynamique, l'étude aérodynamique et enfin une simulation numérique. Finalement, c'est grâce à la complémentarité des savoirs et expériences des différents membres du groupe que nous avons été en mesure de mener ce projet à terme.

De nombreuses questions, résultant de la curiosité que nous portons au sujet, et auxquelles le projet allait devoir répondre se sont alors posées : comment un boomerang vole-t-il ? Qu'est-ce qui fait qu'il revient au lanceur ? Enfin, pourquoi tant de formes différentes de boomerangs ? Celle-ci a-t-elle un effet direct sur la trajectoire décrite ? Et si oui, pouvons nous choisir la trajectoire que décrit le boomerang en le construisant d'une manière spécifique ?

0.2 Historique du boomerang

Légende australienne : Une légende australienne, recueillie par Arthur et Les Janetski, raconte la naissance du premier boomerang : Aux premiers jours du Temps des Rêves, les hommes devaient ramper sur leurs mains et leurs genoux car le ciel touchait presque le sol. Un jour, un vieux chef s'approcha d'une mare d'eau magique et se pencha pour boire. Alors qu'il se désaltérait, il vit un magnifique bâton tout droit dans l'eau. De la main il l'atteignit et s'en empara. Et soudain il se mit à penser : "Avec ce bâton, je peux repousser le ciel, et nous pourrions vivre debout !" Alors il poussa et poussa le ciel jusqu'à l'endroit où il se trouve maintenant, et les arbres commencèrent à grandir, les opossums gambadèrent sur les branches et les kangourous se mirent à sauter de joie. Le vieux chef regarda son bâton et vit qu'il était terriblement courbé. Se disant qu'il ne servirait plus à rien, il le jeta au loin, mais le bâton revint vers lui. Il le jeta de nouveau et le bâton revint encore. Alors il le garda et le baptisa "boomerang."

Le boomerang aborigène est construit à partir d'un morceau de bois taillé dans une branche d'acacia ou d'eucalyptus. La forme du boomerang est ébauchée à la hache, chauffée au-dessus d'un feu de bois, puis courbée pour prendre sa forme définitive. Enfin il est travaillé avec un silex, poli avec du sable, puis peint.

Lors des grands rassemblements, les tribus se défiaient au travers de compétitions de précision, de vitesse, de qualité de vol. Les chasseurs pouvaient ainsi démontrer leur adresse, leur précision, leur force. Cependant, il faut bien savoir que le boomerang ne servait pas à tuer les animaux. A cette fin, les aborigènes utilisaient un bâton faiblement courbé, beaucoup plus lourd (300 à 400 grammes), nommé *killling stick*.

Mais les recherches archéologiques ont montré bien plus tard, que le boomerang était connu par de nombreux peuples sur toute la planète. Le plus ancien boomerang, taillé dans une défense de mammoth, a été retrouvé en Pologne. Il date de 23 000 ans ! Des modèles ont été retrouvés en Egypte dans les pyramides des pharaons, en Indonésie, dans l'Arizona (peuple indien Hopi), en Inde, en Hollande et en Allemagne. Souvent construits en bois, les boomerangs se conservent très mal. On pense qu'ils étaient connus de nombreux peuples, mais ils n'ont survécu que chez les aborigènes Australiens, ce peuple de rêveurs.

Cependant aujourd'hui les aborigènes d'Australie, longtemps meurtris par l'implantation du peuple anglais sur ce continent, ne vivent plus guère que dans le "bush", et ne savent plus fabriquer de bons boomerangs. La plupart peignent en série des boomerangs pour touristes mais les décors, toujours typiques de leur art, restent uniques.

Evolution : Le boomerang sportif existe depuis une trentaine d'années. Les premiers clubs et les premières fédérations apparaissent en Europe, en Australie et aux Etats-Unis dès les années 1970. Paradoxalement, la pratique du boomerang reste impopulaire au pays des kangourous sans doute en raison de ses attaches avec le peuple aborigène. D'autre part, les lanceurs ont du mal à se réunir dans ce pays si vaste et les tournois sont rares. Malgré tout, de nombreux lanceurs Australiens ont marqué l'histoire du boomerang sportif et il semblerait que cela bouge aujourd'hui en Australie.

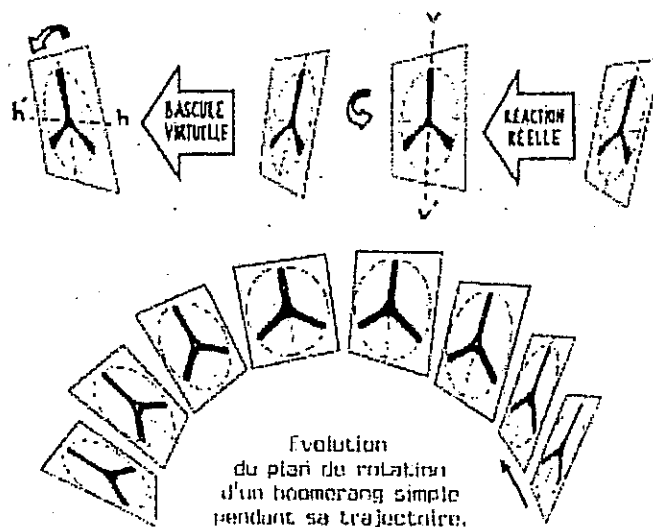
Mais le pays qui donne le plus bel élan dans les années 80 est sans doute les Etats-Unis qui domine la compétition depuis 10 ans avec une belle poignée de champions. En Europe, la France et l'Allemagne, bien organisées, sont devenues les 2 nations fortes du boomerang et les grandes rivales des Etats-Unis. Mais n'oublions pas la Suisse, la Belgique, la Hollande, l'Italie ou de nouvelles nations venant grandir ce monde de passionnés comme le Japon, le Canada, le Brésil ou la Bulgarie.

L'avenir de ce sport reste imprévisible et dépendra en partie de l'envie des lanceurs expérimentés de transmettre leur passion aux jeunes qui semblent attirés par cet "objet magique"...

0.3 Explication simple du mouvement du boomerang

Ce qui suit est une explication simple du mouvement du boomerang, tirée du livre *L'essentiel du boomerang*, de Olivier DUFFEZ et Didier BONIN.

Quand on lance un boomerang, on lui imprime à la fois un mouvement de translation (avec le bras) et un mouvement de rotation (avec le poignet). Grâce aux profils, chaque pale va engendrer des forces aérodynamiques, tout au long de chaque rotation. C'est en position haute que chaque pale développera un maximum de forces aérodynamiques, car les vitesses de translation et de rotation s'ajoutent, alors qu'elles se retranchent en position basse (c'est le principe des pales avançantes et reculantes des hélicoptères).



Sur une rotation complète, toutes les forces aérodynamiques développées par les différentes pales vont donner une résultante finale qui va se situer toujours au-dessus du centre de gravité. Le décalage entre le centre des poussées et le centre de gravité va créer un moment de force qui a tendance à faire basculer le plan de rotation du boomerang autour de l'axe horizontal hh' ... Mais la réponse à cette bascule "virtuelle" va être provoquée par l'effet de précession gyroscopique, à 90° en avance du plan de sollicitation. En fait le plan de rotation va pivoter autour de l'axe vertical vv' et le boomerang va acquérir une nouvelle orientation dans l'espace. L'enchaînement de ces cycles successifs va engendrer la trajectoire globale du boomerang. Le boomerang se "réoriente" à chaque rotation et finit par décrire un cercle en revenant vers le lanceur.

Par ailleurs, dans la plupart des cas, un boomerang classique va lentement se coucher tout au long de son vol (orientant ainsi la force de portance vers le ciel) et reprendre ainsi de la hauteur... Mais dans le même temps, perdant de l'énergie, il tombe lentement au sol.

Chapitre 1

Etude dynamique du vol du boomerang

1.1 Définition des repères

Le système étudié est un boomerang quelconque.

Le référentiel choisi est le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Pour l'étude du système, on définit trois repères :

- le repère $R_0(O, \vec{e}_X, \vec{e}_Y, \vec{e}_Z)$ lié au sol
 - le repère $R_1(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ défini comme suit :
 - l'axe e_x et l'axe e_y sont tels que $V_x < 0$ et $V_y = 0$
 - l'axe e_z est orienté selon la normale " intérieure " au boomerang (c'est-à-dire la normale au plan du boomerang dirigé vers le centre de la trajectoire)
- Ce repère est défini par rapport au repère R_0 par les angles d'Euler.

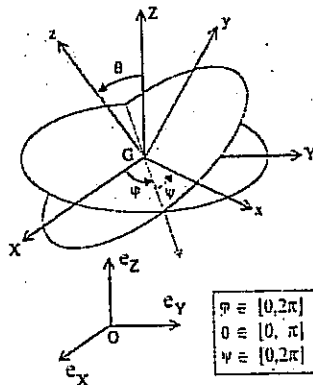


FIG. 1.1 - Repères et angles d'Euler utilisés

- le repère $R_2(O, \vec{e}_x', \vec{e}_y', \vec{e}_z')$ lié complètement au boomerang. Celui-ci se déduit de R_1 par une rotation d'axe e_z d'angle Φ .

Définissons les matrices de passages qui nous seront utiles par la suite. Par convention, on appelle P_{ij} la matrice de passage du repère R_i au repère R_j .

$$P_{01} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \cos \theta \sin \psi & -\cos \varphi \sin \psi - \sin \varphi \cos \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta \\ \sin \theta \cos \psi + \cos \varphi \cos \theta \sin \psi & -\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \theta \cos \psi & -\cos \varphi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \psi & \sin \theta \cos \psi & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$P_{12} = \begin{pmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi & 0 \\ \sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2 Equations de la dynamique

1.2.1 Résultante cinétique

D'après le principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen, on a :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{ext}$$

La vitesse du centre de gravité G du boomerang a pour expression dans R_1 :

$$\vec{V}_G = V_x \vec{e}_x + V_z \vec{e}_z$$

Le vecteur rotation du repère R_1 par rapport au repère R_0 a pour expression dans R_1 :

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi} \end{pmatrix}_{R_1}$$

La formule de changement de repère de dérivation permet d'écrire pour tout vecteur U :

$$\left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_0} = \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{U}_{1/0}$$

Donc, en l'appliquant au vecteur vitesse du point G, on obtient :

$$\vec{a}_G = \left[\frac{d\vec{V}_G}{dt} \right]_{R_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{V}_G$$

$$\vec{a}_G = \begin{pmatrix} \dot{V}_x + V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ V_x(\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) - V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ \dot{V}_z - V_x(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \end{pmatrix}$$

Les équations finales résultant du principe fondamental de la dynamique pour la résultante cinétique sont donc :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_x + V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ V_x(\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) - V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ \dot{V}_z - V_x(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x/m \\ F_y/m \\ F_z/m \end{pmatrix}$$

où l'on note F_x , F_y et F_z les projections sur R_1 de la somme des forces exercées sur le boomerang. De même on notera M_x , M_y et M_z les composantes de la somme des moments.

1.2.2 Calcul de la matrice d'inertie

On rappelle la forme générale de la matrice d'inertie d'un système quelconque par rapport à un point A :

$$J_A = \begin{pmatrix} I_{Ax} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{Ay} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{Az} \end{pmatrix}$$

Avec :

$$I_{Ax} = \int (y^2 + z^2) dm ; \quad I_{xy} = \int xy dm$$

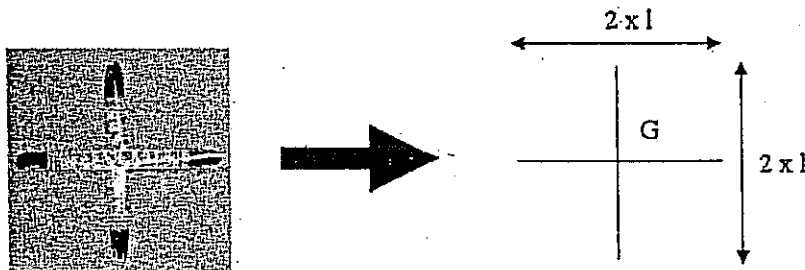
Et toutes les permutations circulaires sur (x, y, z) .

Nous allons supposer que le boomerang est un boomerang à P pales ($P > 2$). Les P pales sont identiques et réparties uniformément, c'est-à-dire qu'elles ont la même longueur l , la même répartition de masse et que l'angle entre deux pales est égal à $\frac{2\pi}{P}$. La matrice d'inertie est calculée par rapport au centre de gravité G du boomerang, qui est aussi le centre géométrique du boomerang. Les produits d'inertie, qui caractérisent l'absence de symétrie dans la répartition des masses sont donc tous nuls.

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$$

Pour le calcul des moments d'inertie I_{Gx} , I_{Gy} et I_{Gz} , nous allons procéder à la simplification suivante :

La largeur des pales du boomerang ainsi que l'épaisseur du boomerang étant négligeables devant la longueur des pales, on considère une répartition linéique de masse λ constante sur tout le boomerang.



Pour le calcul des moments d'inertie, on évalue tout d'abord les quantités suivantes pour une pale de longueur l orientée d'un angle β par rapport à l'axe des x : Les moments d'inertie sont alors très simples à calculer :

$$\int x^2 dm = \int_0^l (r \cos \beta)^2 \lambda dr = \frac{\lambda (\cos \beta)^2 l^3}{3}$$



$$\int y^2 dm = \int_0^l (r \sin \beta)^2 \lambda dr = \frac{\lambda (\sin \beta)^2 l^3}{3}$$

$$\int z^2 dm = 0$$

D'où :

$$I_{Gx} = \frac{\lambda (\sin \beta)^2 l^3}{3} \quad I_{Gy} = \frac{\lambda (\cos \beta)^2 l^3}{3} \quad I_{Gz} = \frac{\lambda l^3}{3}$$

Pour un boomerang à P pales (la première pale étant orientée selon l'axe des x positifs), on a donc :

$$I_{Gx} = \frac{\lambda l^3}{3} \sum_{k=0}^{P-1} \left(\sin \frac{2k\pi}{P} \right)^2 ; \quad I_{Gy} = \frac{\lambda l^3}{3} \sum_{k=0}^{P-1} \left(\cos \frac{2k\pi}{P} \right)^2 ; \quad I_{Gz} = \frac{\lambda l^3}{3}$$

Une transformation trigonométrique simple donne :

$$I_{Gx} = \frac{\lambda l^3}{6} \sum_{k=0}^{P-1} \left(1 - \cos \frac{4k\pi}{P} \right)$$

$$I_{Gy} = \frac{\lambda l^3}{6} \sum_{k=0}^{P-1} \left(1 + \cos \frac{4k\pi}{P} \right)$$

Et donc, on obtient :

$$I_{Gx} = I_{Gy} = P \frac{\lambda l^3}{6}$$

Or, la masse linéique du boomerang se définit simplement par $\lambda = \frac{m}{4l}$

D'où l'expression finale :

$$I_{Gx} = \frac{ml^2}{6} \quad I_{Gy} = \frac{ml^2}{6} \quad I_{Gz} = \frac{ml^2}{3}$$

On voit ici que le type de boomerang choisi a permis d'obtenir $I_{Gx} = I_{Gy}$ pour un nombre de pales supérieur à deux, ce qui simplifiera les calculs ultérieurement. Par ailleurs, il apparaît que dans cette configuration, le moment d'inertie selon z ne dépend pas du nombre de pales.

1.2.3 Moment cinétique

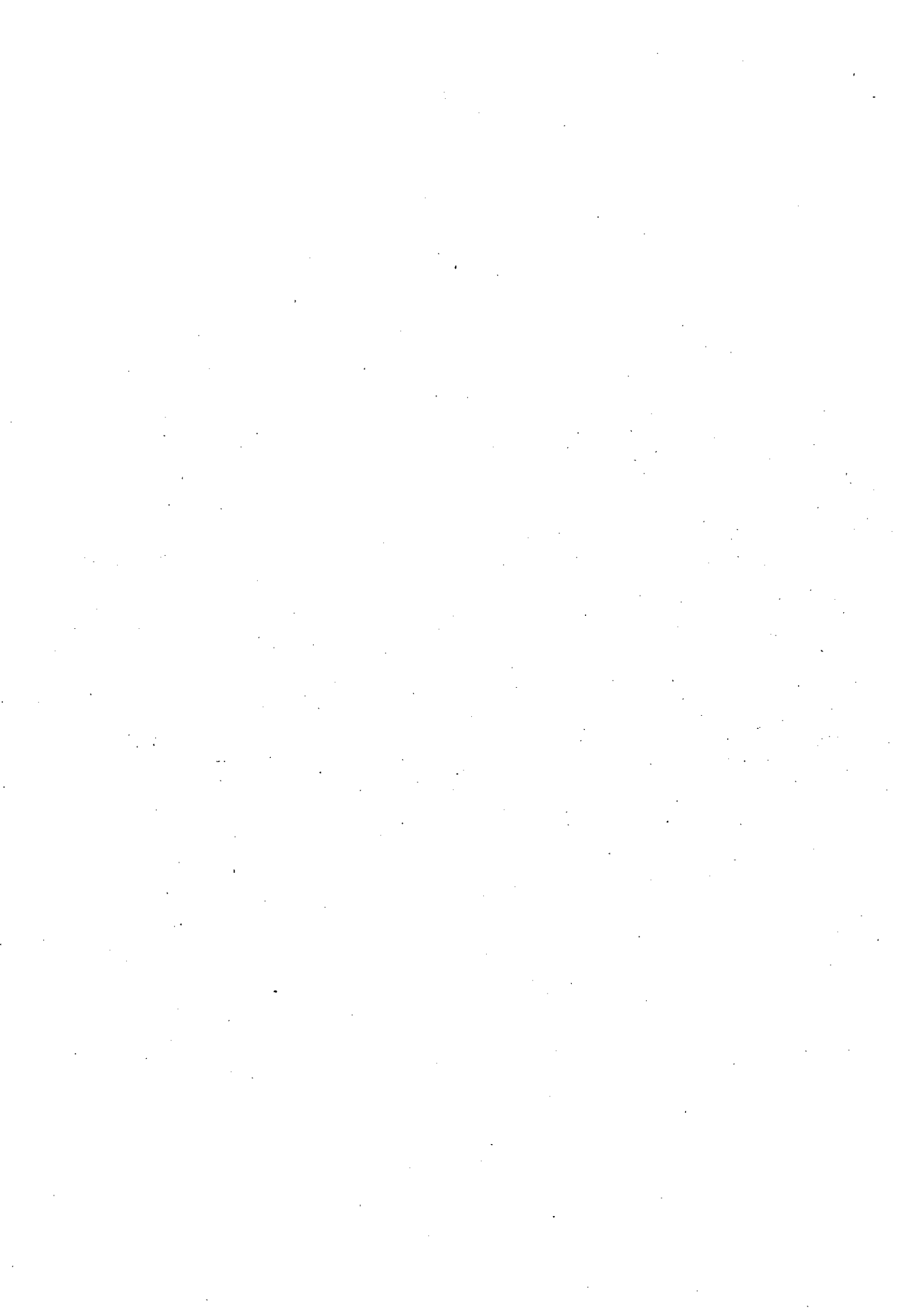
D'après le théorème du moment cinétique dans un référentiel galiléen, on a dans R_1 :

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{M}_G^{ext} = M_x \vec{e}_x + M_y \vec{e}_y + M_z \vec{e}_z$$

car on exprime le théorème au centre de gravité G du boomerang.

D'après le premier théorème de Koenig, le moment cinétique total d'un système par

?



rapport à un point A quelconque est égal à :

$$\vec{L}_A = \vec{AG} \wedge m\vec{V}_G + \vec{L}_G^*$$

où \vec{L}_G^* désigne le moment cinétique dans le repère barycentrique.

Or ici, A est confondu avec G, donc :

$$\vec{L}_G = \vec{L}_G^*$$

La matrice d'inertie du boomerang dans R_2 est :

$$J(S/R_2) = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}_{R_2}$$

Pour le calcul, il faut donc exprimer cette matrice dans la base R_1 . On a alors :

$$J(S/R_1) = P_{12} J(S/R_2) P_{21}$$

$$J(S/R_1) = \begin{pmatrix} I_1 \cos^2 \Phi + I_2 \sin^2 \Phi & (I_1 - I_2) \sin \Phi \cos \Phi & 0 \\ (I_1 - I_2) \sin \Phi \cos \Phi & I_1 \sin^2 \Phi + I_2 \cos^2 \Phi & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}_{R_1}$$

Nous avons laissé volontairement I_1 et I_2 dans les expressions même si les calculs du paragraphe 2 montre que $I_1 = I_2$ dans le cas du boomerang à \mathcal{P} pales. Ceci permet de voir qu'une différence de répartition des masses selon l'axe x et selon l'axe y peut entraîner des modifications importantes de la matrice d'inertie. Cependant, pour la suite du calcul, nous supposons que $I_1 = I_2$ comme dans le paragraphe 2. Avec cette simplification, on a alors l'expression très simple de la matrice d'inertie du boomerang dans le repère R_1 :

$$J(S/R_1) = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}_{R_1}$$

On en déduit la valeur du moment cinétique :

$$\vec{L}_G = J(S/R_1) \vec{\Omega}_{2/0}$$

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi} + \dot{\Phi} \end{pmatrix}_{R_1} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \omega_z \end{pmatrix}_{R_1}$$

où $\frac{\omega_z}{2\pi}$ représente le nombre de tours de boomerang sur lui-même par unité de temps. Cette grandeur est intéressante car elle est accessible assez facilement à partir de l'expérience.

$$\vec{L}_G = \begin{pmatrix} I_1(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ I_1(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ I_3 \omega_z \end{pmatrix}_{R_1}$$

En réutilisant la formule de changement de base de dérivation, on obtient :

$$\left[\frac{d\vec{L}_G}{dt} \right]_{R_0} = \left[\frac{d\vec{L}_G}{dt} \right]_{R_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{L}_G$$

Nous allons maintenant poser une hypothèse importante concernant le vol du boomerang. Cette hypothèse se base sur les observations faites durant les expériences.

Nous allons supposer que la dérivée de Φ est très grande devant les dérivées de φ , θ et ψ . Nous ne gardons donc que les termes multiples de ω_z dans l'équation pour les projections selon l'axe G_x et l'axe G_y . Pour la projection selon l'axe G_z , la contribution du produit vectoriel étant nulle, on ne garde que la contribution de la dérivée du moment cinétique dans le repère R_1 .

$$\left[\frac{d\vec{L}_G}{dt} \right]_{R_0} \approx \begin{pmatrix} I_3(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ -I_3(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ I_3\omega_z \end{pmatrix}$$

Les équations finales résultant du principe fondamental de la dynamique pour le moment cinétique sont donc :

$$\begin{pmatrix} I_3(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ -I_3(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ I_3\omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

Remarque : Dans ces équations finales, Il n'intervient pas.

1.3 Equations du mouvement

La réécriture des équations permet de mieux comprendre leur résolution. Nous allons donc les exprimer différemment. On rappelle les équations obtenues :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_x + V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ V_x(\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) - V_z(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ \dot{V}_z - V_x(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x/m \\ F_y/m \\ F_z/m \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_3\omega_z(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ -I_3\omega_z(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ I_3\omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \begin{matrix} (4) \\ (5) \\ (6) \end{matrix}$$

On exprime alors V_x et V_z en fonction du module V de la vitesse du boomerang et d'un angle α . On pose donc :

$$V_x = -V \cos \alpha$$

$$V_z = -V \sin \alpha$$

Cette notation tient compte du fait que le repère a été choisi de telle sorte que V_y soit nulle. L'angle α est, comme nous le verrons plus tard, égal à l'angle d'incidence.

Les équations (1), (2) et (3) deviennent alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}V \sin \alpha - \dot{V} \cos \alpha - V \sin \alpha (\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \\ -V \cos \alpha (\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) + V \sin \alpha (\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \\ -\dot{\alpha}V \cos \alpha - \dot{V} \sin \alpha + V \cos \alpha (\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x/m \\ F_y/m \\ F_z/m \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha}{m} \\ \frac{F_x \sin \alpha - F_z \cos \alpha}{m} \\ -\frac{F_y}{mV \cos \alpha} + \tan \alpha (\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) - \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \cos \alpha + (3) \sin \alpha \\ (1) \sin \alpha - (3) \cos \alpha \\ (2) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha)/m \\ (F_x \sin \alpha - F_z \cos \alpha)/mV + \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ -\frac{F_y}{mV \cos \alpha} + \tan \alpha (\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) - \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix}$$

On remarque enfin que, d'après les équation (4) et (5) :

$$\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi = M_x / (I_3 \omega_z)$$

$$\dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi = M_y / (-I_3 \omega_z)$$

D'où :

$$\begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha)/m \\ (F_x \sin \alpha - F_z \cos \alpha)/mV + M_x / (I_3 \omega_z) \\ -\frac{F_y}{mV \cos \alpha} - (M_y \tan \alpha) / (I_3 \omega_z) - \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix} \begin{matrix} (I) \\ (II) \\ (III) \end{matrix}$$

La simplification des équations (4), (5) et (6) conduit à :

$$\begin{pmatrix} -I_3 \omega_z \dot{\theta} \\ -I_3 \omega_z \dot{\varphi} \sin \theta \\ I_3 \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \sin \psi + M_y \cos \psi \\ -M_x \cos \psi + M_y \sin \psi \\ M_z \end{pmatrix} \begin{matrix} (4) \sin \psi + (5) \cos \psi \\ -(4) \cos \psi + (5) \sin \psi \\ (6) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (M_x \sin \psi + M_y \cos \psi) / (-I_3 \omega_z) \\ (M_x \cos \psi - M_y \sin \psi) / (I_3 \omega_z \sin \theta) \\ M_z / I_3 \end{pmatrix} \begin{matrix} (IV) \\ (V) \\ (VI) \end{matrix}$$

Le système final s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha)/m \\ (F_x \sin \alpha - F_z \cos \alpha)/mV + M_x / (I_3 \omega_z) \\ -\frac{F_y}{mV \cos \alpha} - (M_y \tan \alpha) / (I_3 \omega_z) - \dot{\varphi} \cos \theta \end{pmatrix} \begin{matrix} (I) \\ (II) \\ (III) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (M_x \sin \psi + M_y \cos \psi) / (-I_3 \omega_z) \\ (M_x \cos \psi - M_y \sin \psi) / (I_3 \omega_z \sin \theta) \\ M_z / I_3 \end{pmatrix} \begin{matrix} (IV) \\ (V) \\ (VI) \end{matrix}$$

Pour obtenir la position du boomerang dans le repère R_0 , il suffit ensuite d'utiliser la relation de changement de base :

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = P_{01} \begin{pmatrix} -V \cos \alpha \\ 0 \\ -V \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -V(\cos \alpha(\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \cos \theta) + \sin \alpha \sin \varphi \sin \theta) \\ -V(\cos \alpha(\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \cos \theta) - \sin \alpha \cos \varphi \sin \theta) \\ -V(\cos \alpha \sin \psi \sin \theta + \sin \alpha \cos \theta) \end{pmatrix} \begin{matrix} (VII) \\ (VIII) \\ (IX) \end{matrix}$$

1.4 Mesure expérimentale des différentes variables cinématiques

Pour finir l'étude cinématique, nous avons établi trois familles d'ordre de grandeurs à rechercher pour compléter le modèle mais aussi pour pouvoir en vérifier l'exactitude.

1.4.1 Grandeurs caractéristiques du boomerang

La première famille de grandeurs concerne les caractéristiques physiques du boomerang. Les caractéristiques utiles à la résolution du problème cinématique sont :

- m , la masse du boomerang
- I_1 , I_2 et I_3 , les moments d'inertie du boomerang selon Ox' , Oy' et Oz' .
- Les différentes tailles du boomerang : longueur l (il s'agit en fait du rayon des pales), corde c , et épaisseur e .

Nous avons donc cherché à déterminer expérimentalement ces différentes variables, l'objectif principal n'étant pas d'effectuer des mesures précises, mais plutôt de trouver un ordre de grandeur, afin de pouvoir ensuite faire varier ces variables pour obtenir des trajectoires différentes.

Nous avons donc mesuré qu'en moyenne, pour un boomerang :

- La masse m vaut environ 200 g soit 0,2 kg.
- Le moment d'inertie I_3 vaut 0,006 $m^2 kg s^{-1}$.
- La longueur l est d'environ 30 cm, la corde c 3 cm, et l'épaisseur e 3 mm.

1.4.2 Conditions initiales du lancer

La seconde famille de grandeurs correspond aux conditions initiales du lancer du boomerang. En effet, nos calculs ne donnent aucun ordre de grandeur de ces conditions initiales. Nous avons donc dû procéder expérimentalement aux mesures des valeurs initiales des variables suivantes :

- V , vitesse linéaire du boomerang
- $\omega_z/2\pi$, fréquence de rotation du boomerang
- α , angle d'incidence du boomerang
- Les angles d'Euler θ , φ et ψ , qui permettent d'orienter le boomerang par rapport au référentiel terrestre
- X , Y et Z les positions selon les axes OX , OY et OZ du boomerang dans le repère R_0

Pour cela, avec l'aide du binet JTX et de son matériel professionnel, nous avons filmé une série de lancers avec plusieurs sortes de boomerangs (2, 3 et 4 pales). Nous avons environ effectué 5 ou 6 mesures pour chaque boomerang, puis en décomposant

ces courts films image par image, nous n'avons pu nous donner qu'un ordre de grandeur des variables cinématiques, en raison du manque de précision des images du film.

- La première conclusion de ces mesures concerne la vitesse initiale V : celle-ci varie du simple au double selon le boomerang utilisé et la force déployée par le lanceur. La vitesse se situe entre 7 et 25 mètres/seconde. Nous avons retenu une moyenne de 20 m s^{-1} .
- Pour la fréquence de rotation ω_z , les mesures sont plus homogènes : elles restent entre 10 et 30 tours/seconde.
- Les angles d'Euler ont été mesurés en prenant en photo le lanceur sous divers angles. θ représente l'angle avec lequel on lance le boomerang par rapport à la verticale, θ étant positif quand on lance le boomerang incliné sur la droite. φ est nul par définition au moment du lancer. ψ est l'opposé de l'angle entre le sol et le vecteur vitesse du boomerang. Nous avons donc considéré que
 - $\theta \approx 70^\circ$
 - $\psi \approx -20^\circ$
 - $\varphi = 0^\circ$
- L'angle d'incidence α est nul en l'absence de vent.
- Enfin, la mesure de la position initiale du boomerang correspond simplement à la taille du lanceur : $X = 0 \text{ m}$, $Y = 0 \text{ m}$ et $Z = 1,8 \text{ m}$.

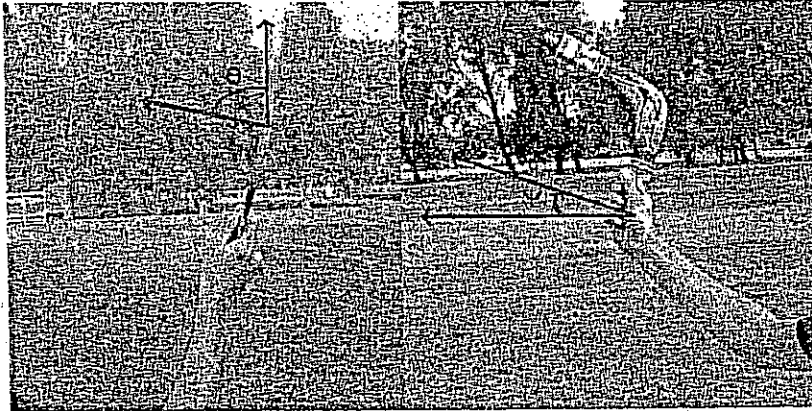


FIG. 1.2 - Mesures des conditions initiales du lancer

1.4.3 Trajectoires du boomerang

La trajectoire du boomerang n'est bien sûr pas une "variable" cinématique, mais il a été pour nous important d'étudier les trajectoires des différents boomerangs pour pouvoir ensuite comparer ces remarques expérimentales avec les résultats de nos simulations. A ce stade de notre avancement du projet, sans connaître les résultats des simulations nous avons observé :

- que l'angle θ n'avait que peu d'influence sur la trajectoire du boomerang dans la limite $\theta \geq 45^\circ$. Pour des valeurs se rapprochant de 0, le boomerang a tendance à monter puis décrocher.
- que la vitesse initiale V influait sur la hauteur maximale de la trajectoire du boomerang : plus on lance le boomerang vite, plus il monte haut.

- que l'augmentation de la vitesse de rotation initiale $\omega_z(0)$ fait tendre la trajectoire suivie par le boomerang vers une trajectoire circulaire.

Chapitre 2

Etude aérodynamique du vol du boomerang

2.1 Bilan des forces

2.1.1 Hypothèses

On va formuler un certain nombre d'hypothèses concernant le boomerang :

- Le boomerang est considéré comme rigide
- Sa masse volumique est constante sur tout le boomerang
- L'air est considéré comme un fluide newtonien incompressible (nombre de Mach faible)

Le système considéré est le boomerang. Il existe deux types de forces agissant sur ce système :

- Les forces de gravitation
- Les forces aérodynamiques

Remarque : Dans la suite, nous noterons avec un indice g les variables liées aux forces de gravitation et un indice a les variables liées aux forces aérodynamiques.

On peut donc écrire :

$$\vec{F}^{ext} = \vec{F}_g + \vec{F}_a$$

$$\vec{M}^{ext} = \vec{M}_a$$

2.1.2 Forces de gravitation

Les forces dues à la gravitation sont simples à établir. En effet, on a :

$$\vec{F}_g = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$$

Soit, dans la base R_1 :

$$\vec{F}_{g/R_1} = P_{10}\vec{F}_{g/R_0} = \begin{pmatrix} -mg \sin \theta \sin \psi \\ -mg \sin \theta \cos \psi \\ -mg \cos \theta \end{pmatrix}_{R_1}$$

2.1.3 Forces aérodynamiques

Analyse dimensionnelle Les forces aérodynamiques sont plus difficiles à déterminer car elles peuvent dépendre :



- de la forme générale du boomerang
- du profil d'aile sur chaque pale du boomerang
- du vecteur vitesse du boomerang par rapport au référentiel terrestre
- du vecteur rotation du boomerang par rapport au référentiel terrestre
- des propriétés de l'air : masse volumique, viscosité, comportement...
- des turbulences créées par le mouvement du boomerang lui-même

Pour simplifier l'expression des forces aérodynamiques, on peut utiliser l'analyse dimensionnelle.

Étudions le cas de la force aérodynamique. D'après ce qui a été dit précédemment :

$$\vec{F}_a = \vec{f}(\text{forme, profil, } \vec{V}, \vec{\omega}, \text{air, mouvement})$$

Le vecteur \vec{V} est le vecteur vitesse du centre de masse du boomerang. Le vecteur $\vec{\omega}$ est le vecteur rotation du boomerang. Il est donc égal au vecteur rotation du repère R_2 par rapport au repère R_0 .

Nous allons pour l'instant simplifier volontairement la dépendance de la force aérodynamique vis-à-vis de la forme et du profil car l'étude précise de cette influence constitue la dernière partie de ce projet scientifique. Pour simplifier cette première approche, nous allons ici supposer que :

- la forme du boomerang est caractérisée par le rayon l du boomerang (on suppose que l'on a un boomerang "symétrique" à quatre pales), ainsi que sa corde c , et son épaisseur e .
- le profil d'aile d'une pale est considéré comme plat.

On suppose par ailleurs que le vecteur \vec{V} a pour composantes V_x et V_z dans R_1 (car V_y est nulle par définition de R_1). De plus, on suppose que le vecteur $\vec{\omega}$ a pour composantes ω_x , ω_y et ω_z dans R_1 .

Remarque : Pour les vecteurs \vec{V} et $\vec{\omega}$, on utilise les mêmes notations que dans la partie dynamique.

Nous allons considérer l'air comme un fluide newtonien incompressible de masse volumique ρ_{air} et de viscosité μ_{air} . Enfin, nous allons négliger l'influence du mouvement du boomerang sur le calcul des forces aérodynamiques. On a donc l'expression simplifiée :

$$\vec{F}_a = \vec{f}(l, c, e, V_x, V_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \rho_{air}, \mu_{air})$$

On a alors la matrice des exposants aux dimensions suivante :

	\vec{F}_a	l	c	e	V_x	V_z	ω_x	ω_y	ω_z	ρ_{air}	μ_{air}
L	1	1	1	1	1	1	0	0	0	-3	-1
M	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
T	2	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1
Θ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

On a $N = 8$. Le rang de la matrice est $r = 3$. On définit alors :

$$\pi = \frac{\vec{F}_a}{\rho_{air} \omega_z^2 l^4}$$

$$\pi_1 = \frac{V_x}{l \omega_z}; \quad \pi_2 = \frac{V_z}{l \omega_z}; \quad \pi_3 = \frac{\omega_x}{\omega_z}; \quad \pi_4 = \frac{\omega_y}{\omega_z}; \quad \pi_5 = \frac{\mu_{air}}{\rho_{air} \omega_z a^2}; \quad \pi_6 = \frac{c}{l}; \quad \pi_7 = \frac{e}{l}$$

A ce stade, on va faire une simplification à partir des observations faites durant l'expérimentation. On va considérer que les rapports des vitesses de rotation π_3 et π_4 sont négligeables. Par ailleurs, nous allons reprendre la notation de la première partie et noter :

$$V_x = -V \cos \alpha; \quad V_z = -V \sin \alpha$$

On va donc prendre :

$$\pi'_1 = \frac{V}{l\omega_z}; \pi'_2 = \alpha$$

On remarque enfin que π_5 n'est autre que l'inverse du nombre de Reynolds. On choisira donc :

$$\pi'_5 = Re$$

Au final, l'analyse dimensionnelle nous permet d'obtenir :

$$\frac{\vec{F}_a}{\rho_{air}\omega_z^2 l^4} = \vec{f}\left(\frac{V}{l\omega_z}, \alpha, Re, \frac{c}{l}, \frac{e}{l}\right)$$

Ordres de grandeur Essayons de déterminer un ordre de grandeur pour toutes les grandeurs considérées dans cette expression fournie par l'analyse dimensionnelle.

On a pour l'air :

$$\mu_{air} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\rho_{air} = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$$

Pour le rayon du boomerang, on a :

$$l = 0,1 \text{ m}$$

Nous avons enfin trouvé des valeurs expérimentales dans des ouvrages empiriques sur les boomerangs, et confirmé par nos valeurs expérimentales, pour V et ω_z à l'instant initial :

$$V = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

On peut alors déterminer l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds.

$$Re \approx 200000 \gg 1$$

Le nombre de Reynolds est élevé : on peut donc considérer le fluide comme parfait.

2.2 Méthodologie

En abordant le calcul des forces aérodynamiques, nous nous sommes heurtés - comme nous allons le voir - à plusieurs problèmes théoriques :

- Peut-on considérer chacune des pales comme une plaque plane ?
- Il existe toujours sur le boomerang une zone où l'écoulement se fait par le bord de fuite. Comment la traiter ?
- Comment calculer alors les coefficients de portance ?
- Faut-il ajouter un angle de portance nulle ?
- Cet angle de portance nulle est-il le même selon que le profil est attaqué par le bord d'attaque ou par le bord de fuite ?
- Doit-on prendre en compte la traînée ?
- Doit-on prendre en compte la vitesse induite, comme dans l'étude des voilures tournantes des hélicoptères ?
- etc...

Nous avons donc tout d'abord essayé de construire un premier modèle discret simple : celui-ci permet d'obtenir quelques premiers résultats qualitatifs. Nous avons ensuite élaboré un modèle continu que nous avons amélioré au fur et à mesure pour arriver à des expressions acceptables des forces et des moments aérodynamiques.

2.3 Existence d'une zone à "vitesses négatives"

La vitesse horizontale de l'écoulement s'écrit $V_{ch} = r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi$.
 La vitesse verticale de l'écoulement s'écrit $V_{cv} = V \sin \alpha$.
 Remarque : dans la plupart des cas α est petit et donc $V_c^2 \approx V_{ch}^2$

On voit donc clairement qu'il peut exister des zones où $V_{ch} < 0$. Dans cette zone, l'aile est donc attaquée par le bord de fuite. Cette zone a pour équation : $r \leq \frac{V \cos \alpha}{\omega_z} \sin \Phi$ qui est l'équation d'un disque C de centre de coordonnées $(0, \frac{V \cos \alpha}{2\omega_z}, 0)$ dans R_1 et de rayon $\frac{V \cos \alpha}{2\omega_z} = R(V, \omega_z)$.

Les questions qui se posent sont les suivantes : a-t-on portance "négative", dans la zone où l'aile est attaquée par son bord de fuite ? Peut-on négliger cette zone et ainsi simplifier le problème ?

- La vitesse d'écoulement horizontale négative implique-t-elle une portance négative ? Dans l'approximation d'une plaque plane, on a :

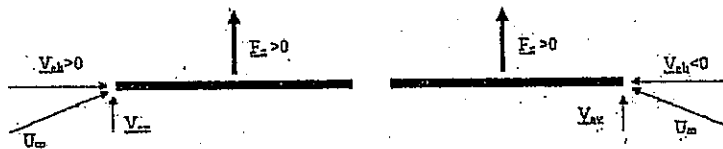


FIG. 2.1 - Orientation de la portance en fonction du signe de V_{ch}

Donc quel que soit le signe de V_{ch} , la portance est dirigée dans le sens des $z > 0$

- Un rapide calcul aux conditions initiales, en prenant α petit, $V = 10 \text{ m s}^{-1}$ et $\omega_z = 2\pi * 10 \text{ Hz}$ donne un diamètre égal à 16 cm ce qui n'est pas négligeable devant la taille du boomerang. On ne peut donc pas négliger ce disque.

Dans la suite, on suppose que $2R(V, \omega_z) = \frac{V \cos \alpha}{\omega_z} \leq l$, ce qui signifie que le disque où $V_{ch} < 0$ est inclus dans le disque balayé par le boomerang.

Remarque importante : L'hypothèse précédente implique donc l'existence d'une borne supérieure pour le rapport $\frac{V \cos \alpha}{\omega_z}$.

2.4 Approximation de la plaque plane

Nous allons, à ce stade de notre étude, effectuer une hypothèse cruciale. Dans un souci de simplicité, nous considérerons par la suite qu'une pale peut être modélisée par une plaque plane infinie. Ceci permettra de ne pas prendre en compte les effets de bords. Par contre il sera suffisant, par l'intermédiaire de l'angle de portance nulle, pour rendre compte de l'influence du profil d'aile.

Cette hypothèse nous permet de nous référer au cours de mécanique des fluides, afin d'obtenir l'expression du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence. Cependant, cette approximation n'est valable que pour $-10^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ dans le cas d'un fluide parfait homogène incompressible. Pour des valeurs de α en dehors de cet intervalle, il nous serait possible d'obtenir l'expression $C(\alpha)$ du coefficient de

portance grâce au tracé de la polaire de la pale effectué en soufflerie.

Malgré cela, compte tenu des résultats obtenus, on peut considérer que cette approximation, comme nous allons le voir, s'avèrera suffisante.

2.5 Premier calcul de forces : modèle discret

Ne sachant traiter le problème, nous avons tout d'abord considéré que nous avons en permanence 4 ailes positionnées en :

$$(R(V, \omega_z), 0), (0, R(V, \omega_z)), (-R(V, \omega_z), 0), (0, -R(V, \omega_z))$$

On a alors l'expression suivante pour les forces et les moments :

$$F_x = F_y = 0$$

$$F_z = \sum_i F_{z_i} = \frac{1}{2} \rho c l 2\pi \alpha (V^2 \cos^2 \alpha) \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = 3\rho c l \pi \alpha (V^2 \cos^2 \alpha)$$

$$T_x = \frac{V^2 \cos^2 \alpha}{2\omega_z}; \quad T_y = T_z = 0$$

Cependant les simulations ne sont pas convaincantes.

On déduit de cette première méthode qu'on ne peut se contenter de considérer les forces en si peu de points. On pourrait multiplier le nombre de points mais il semble plus approprié de considérer un approche continue du problème.

2.6 Modèle continu

On suppose ici que le boomerang tourne très vite, ce qui implique que les valeurs des variables $V, \omega_z, \alpha, \psi, \varphi$ et θ restent quasiment constantes sur un tour. On choisit donc de considérer les valeurs moyennes de telles forces sur un tour.

Calculons tout d'abord l'angle d'incidence sur la pale α_i dans le cas où la vitesse horizontale est positive. La tangente de cet angle est :

$$\tan \alpha_i = \frac{V_{cv}}{V_{ch}} = \frac{V \sin \alpha}{r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi}$$

Si l'on suppose que la pale est une plaque, on a alors une expression pour le coefficient de portance de la pale et de la force linéique de portance :

$$C_z = 2\pi \alpha_i$$

$$dF_z = \frac{1}{2} \rho C_z V_e^2 c dr d\Phi$$

Quand $V_{ch} \gg V_{cv}$, on peut écrire que $\tan \alpha_i \approx \alpha_i$. L'expression de la force élémentaire est alors :

$$dF_z = \frac{1}{2} \rho 2\pi c \frac{V \sin \alpha}{r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi} (r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi)^2$$

$$dF_z = \rho \pi c V \sin \alpha (r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi)$$

car $U_\infty \approx V_{ch}$ dans ce cas. On voit que cette approximation simplifie beaucoup les calculs. Cependant, en théorie α_i ne reste pas petit puisque V_{ch} peut s'annuler. Nous

avons pourtant décidé de conserver cette expression malgré cette approximation. On obtient alors :

$$F_z = \rho\pi V \sin \alpha c \int_0^{2\pi} \int_0^l (r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi) dr d\Phi$$

$$F_z = \rho\pi V \sin \alpha c \frac{l^2 \omega_z}{2}$$

La moyenne sur un tour est alors $\langle F_z \rangle = \frac{1}{2\pi} F_z = \rho V \sin \alpha c \frac{l^2 \omega_z}{4}$

On effectue un calcul similaire pour le calcul du moment :

$$dM_x = \frac{1}{2} \rho C_z V_c^2 c r dr d\Phi$$

$dM_x = 0$ car on considère qu'il n'y a pas de trainée

$dM_y = 0$ par symétrie, comme $V_c(\Phi) = V_c(\pi - \Phi)$

D'où :

$$M_x = \rho\pi V \sin \alpha c \int_0^{2\pi} \int_0^l (r\omega_z + V \cos \alpha \sin \Phi) r dr d\Phi$$

$$M_x = \rho\pi V \sin \alpha c \frac{l^3 \omega_z}{3}$$

$$\langle M_x \rangle = \frac{1}{2\pi} M_x = \rho V \sin \alpha c \frac{l^3 \omega_z}{6}$$

En utilisant ces formes pour le moment et la force, on obtient, après résolution numérique, des résultats qui ne sont satisfaisant que pour certaines conditions initiales

Il nous faut donc améliorer la précision du modèle.

- Que se passe-t-il sur le cercle où $V_{ch} = 0$?
- Si $\alpha(0) = 0$ et $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, alors le boomerang vole droit, ce qui n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux. Mais c'est bien en accord avec le modèle car cela consiste à lancer une plaque rigide tout droit.
- Dans notre approximation, $V_{ch} < 0$ implique une portance négative, alors que nous avons montré précédemment que cette portance reste positive.
- Quelle est la validité de l'approximation d'aile plane que nous avons fait, et qui consistait à prendre un angle de portance nulle $\alpha_0 = 0$, ce qui revient à "oublier" le fait que la pale a un profil d'aile ?

2.7 Enrichissement du modèle

A ce moment de notre étude, nous devons améliorer notre modèle aérodynamique pour faire correspondre les résultats des simulations avec les résultats expérimentaux.

Nous choisissons donc de considérer un angle de portance nulle α_{0i} , différent selon que l'aile est attaquée par son bord d'attaque ou son bord de fuite. α_{01} correspond à l'écoulement attaquant l'aile par le bord d'attaque et α_{02} , l'écoulement attaquant l'aile par le bord de fuite. De plus, nous allons prendre en compte la valeur absolue de la vitesse horizontale de l'écoulement pour obtenir une portance positive même quand $V_{ch} < 0$. Etudions l'influence de ces changements :

$$\begin{aligned}
 F_z &= \int_0^l \int_0^\pi \frac{1}{2} \rho 2\pi c (\alpha + \alpha_{01}) (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi \\
 &+ \int_0^{\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}} \int_\pi^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \left(\frac{V \sin \alpha}{-(r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)} + \alpha_{02} \right) (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi \\
 &+ \int_{-\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}}^l \int_\pi^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \left(\frac{V \sin \alpha}{r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha} + \alpha_{01} \right) (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi
 \end{aligned}$$

On décompose F_z : $F_z = F_0 + F_\alpha$. On a alors

$$F_0 = \int_0^l \int_0^\pi \frac{1}{2} \rho 2\pi c V \sin \alpha |r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha| dr d\Phi$$

Donc après intégration :

$$F_0 = \rho \pi c V \sin \alpha \left(\pi l^2 \omega_z + \pi \frac{V^2 \cos^2 \alpha}{2\omega_z} \right)$$

Et en moyenne :

$$\langle F_0 \rangle = \frac{1}{2} \rho \pi c V \sin \alpha \left(l^2 \omega_z + \frac{V^2 \cos^2 \alpha}{2\omega_z} \right)$$

D'autre part :

$$\begin{aligned}
 F_\alpha &= \int_0^l \int_0^\pi \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{01} (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi \\
 &+ \int_0^{\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}} \int_\pi^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{02} (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi \\
 &+ \int_{-\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}}^l \int_\pi^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{01} (r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 dr d\Phi
 \end{aligned}$$

Et après intégration :

$$\begin{aligned}
 F_\alpha &= \frac{\pi \rho c}{3\omega_z} (\pi \alpha_{01} (3V^2 \cos^2 \alpha \omega_z l + 2\omega_z^3 l^3) + \alpha_{02} \frac{4}{3} V^3 \cos^3 \alpha) \\
 \langle F_\alpha \rangle &= \frac{\rho c}{6\omega_z} (\pi \alpha_{01} (3V^2 \cos^2 \alpha \omega_z l + 2\omega_z^3 l^3) + \alpha_{02} \frac{4}{3} V^3 \cos^3 \alpha)
 \end{aligned}$$

De même, on calcule M_0 et $M_{\alpha 0}$ sous ces hypothèses :

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \int_0^l \int_0^\pi \frac{1}{2} \rho 2\pi c V \sin \alpha |r\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha| r dr d\Phi \\
 M_0 &= \rho \pi c V \sin \alpha \left(\frac{2\pi l^2 \omega_z}{3} + \frac{4V^3 \cos^3 \alpha}{9\omega_z^2} \right) \\
 \langle M_0 \rangle &= \rho \pi c V \sin \alpha \left(\frac{l^2 \omega_z}{3} + \frac{2V^3 \cos^3 \alpha}{9\pi \omega_z^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_\alpha &= \int_0^l \int_0^\pi \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{01} (\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 r \, dr d\Phi \\
 &+ \int_0^l \int_{-\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}}^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{02} (\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 r \, dr d\Phi \\
 &+ \int_0^l \int_{-\frac{V \sin \Phi \cos \alpha}{\omega_z}}^{2\pi} \frac{1}{2} \rho 2\pi c \alpha_{01} (\omega_z + V \sin \Phi \cos \alpha)^2 r \, dr d\Phi \\
 \langle M_\alpha \rangle &= \rho \alpha_{01} c \left(\frac{\pi \omega_z^2 l^4}{4} + \frac{4}{3} \omega_z V \cos \alpha l^3 + \frac{\pi}{4} V^2 \cos^2 \alpha l^2 - \frac{\pi V^4 \cos^4 \alpha}{64 \omega_z^2} \right) + \rho \alpha_{02} c \frac{\pi V^4 \cos^4 \alpha}{64 \omega_z^2}
 \end{aligned}$$

2.8 Prise en compte de la traînée

Dans l'optique de se rapprocher le plus des phénomènes réels et afin de mesurer l'importance des forces de traînée, nous avons effectué les calculs de moments et de forces résultants.

L'expression différentielle du moment s'écrit :

$$\begin{aligned}
 dM_z &= -\frac{1}{2} \rho C_t V_{ch}^2 e r \, dr \\
 M_z &= \int_0^l \int_0^{2\pi} -\frac{1}{2} \rho C_t V_{ch}^2 e r \, dr d\Phi \\
 \langle M_z \rangle &= -\frac{1}{8} \rho C_t e (\omega_z^2 l^4 + V^2 l^2 \cos^2 \alpha)
 \end{aligned}$$

On procède de même pour le calcul des forces projetées sur les axes Ox et Oy :

$$\begin{aligned}
 dF_x &= \frac{1}{2} \rho C_t e V_{ch}^2 \sin \Phi \, dr \\
 dF_y &= -\frac{1}{2} \rho C_t e V_{ch}^2 \cos \Phi \, dr
 \end{aligned}$$

L'intégration donne :

$$\begin{aligned}
 \langle F_x \rangle &= \frac{1}{4} \rho C_t e l^2 V \cos \alpha \omega_z \\
 \langle F_y \rangle &= 0
 \end{aligned}$$

Les ordres de grandeurs utilisés pour les différents paramètres (épaisseur $e \approx 10^{-3} m$ et $C_t \approx 10^{-3}$, d'après les indications de notre tuteur), conduisent à une action négligeable de la traînée en comparaison aux autres forces en jeu. En soi, cette amélioration reste marginale.

2.9 Calcul de la vitesse induite d'un rotor en vol stationnaire

Le calcul des forces exercées sur un boomerang étant un domaine scientifique peu étudié, nous avons terminé notre étude en essayant de comprendre une étude similaire dans le cas du rotor de l'hélicoptère, notre tuteur Michel Costes étant un spécialiste du sujet. L'expression de la vitesse de l'écoulement sur les ailes du boomerang devrait faire intervenir une vitesse induite. Le but de ce paragraphe est de faire l'analogie avec la théorie des hélicoptères afin d'avoir un ordre de grandeur de cette vitesse induite.

- Théorie des anneaux élémentaires.

Les forces aérodynamiques restent les mêmes quelle que soit la position azimutale de la pale.

- les forces qui s'exercent sur un élément de pale de largeur dr ne dépendent que de la position radiale r , indépendamment du reste de la pale.

- les vitesses induites sont identiques dans l'anneau de largeur dr et ne sont fonctions que de r et de la portance créée par les éléments de pales situés à la distance r .

- Forces s'exerçant sur un élément de pale

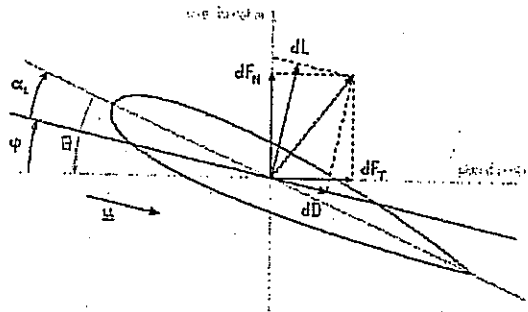


FIG. 2.2 - Forces s'exerçant sur un élément de pale

α : angle d'incidence aérodynamique réel.

Θ : incidence géométrique

L'élément de pale situé à la distance r est attaqué par une vitesse résultante

$$\vec{u} = \Omega r \vec{e}_\theta - v_i \vec{e}_z$$

L'angle induit ϕ est alors :

$$\phi = \text{Arctan} \frac{v_i}{\Omega r}$$

Et, si ϕ est petit,

$$\phi = \frac{v_i}{\Omega r}$$

Θ est l'angle de calage géométrique.

α_L est l'angle d'incidence aérodynamique réel ou effectif.

On a alors la relation

$$\alpha_L = \Theta + \phi$$

Sur le profil de pale calé à l'angle Θ s'exerce une portance

$$dL = \frac{1}{2} \rho u^2 c dr C_L$$

où $C_L = a\alpha_L$, a étant la pente aérodynamique de portance, et une traînée

$$dD = \frac{1}{2} \rho u^2 c dr C_{x_p}$$

où C_{x_p} est le coefficient de traînée du profil.

- Vitesse induite à travers le disque du rotor

Par le théorème des quantités de mouvement appliqué au disque rotor, on montre que

$$F_N = 2 \rho S V_i^2$$

On admet que ce théorème s'applique à un anneau élémentaire :

$$dF_N = 2 \rho (2\pi r dr) V_i^2(r) \quad (1)$$

Projetons portance et traînée sur l'axe du rotor :

$$dF_N = dL \cos \phi - dD \sin \phi$$

En supposant ϕ petit, donc $\cos \phi \approx 1$ et $\sin \phi \approx \phi$, et $dD \ll dL$, on obtient

$$dF_N \approx dL$$

Si n est le nombre de pales,

$$dF_N = n dL$$

Par ailleurs,

$$u^2 = (\Omega r)^2$$

donc

$$dF_N = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 n c dr a (\Theta + \phi) \quad (2)$$

Or,

$$V_i^2 = \Omega^2 r^2 \tan^2 \phi = (\phi \Omega r)^2$$

En utilisant (1) et (2), on a

$$\phi^2 = \frac{nca(\Theta + \phi)}{8\pi r}$$

Posons

$$x = \frac{r}{R}$$

et

$$\sigma = \frac{nc}{\pi R}$$

x est la position relative sur la pale, σ la plénitude du rotor, c'est-à-dire le rapport entre la surface des pales et la surface balayée. On a alors

$$\phi^2 = \frac{a\sigma(\Theta + \phi)}{8x}$$

On a affaire à une équation du deuxième degré dont le déterminant est

$$\Delta = \frac{a^2 \sigma^2}{64x^2} + \frac{a\sigma\Theta}{2x}$$

Les solutions sont

$$\phi = \frac{a\sigma}{16x} \left(1 \pm \sqrt{1 + 32 \frac{x\Theta}{a\sigma}} \right)$$

Or, $\phi < 0$. Donc,

$$\phi = \frac{a\sigma}{16x} \left(1 - \sqrt{1 + 32 \frac{x\Theta}{a\sigma}} \right)$$

On en déduit ainsi la loi des vitesses induites :

$$v_i(x) = \Omega R \frac{a\sigma}{16} \left(1 - \sqrt{1 + 32 \frac{x\Theta}{a\sigma}} \right)$$

Application à un boomerang à 4 pales :

$$\Theta \approx 5^\circ (\text{constant})$$

$$\Omega \approx 10 \text{tr.} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a \approx 2\pi$$

$$R = 16 \text{cm}$$

$$\sigma = \frac{nc}{\pi R} = \frac{4 \times 3}{\pi \times 16} \approx \frac{1}{4}$$

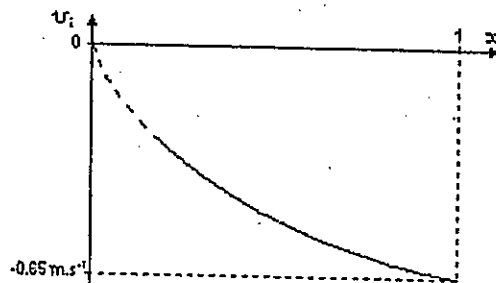


FIG. 2.3 - Vitesse induite selon la position sur la pale

On remarque sur ce graphe qu'en bout de pale (c'est-à-dire pour $x = 1$), la vitesse induite est de l'ordre d'environ 60 cm s^{-1} , ce qui est négligeable par rapport aux vitesses caractéristiques du mouvement du boomerang qui sont de l'ordre de 20 m s^{-1} . Il n'est donc pas nécessaire de tenir compte de ce phénomène.

Chapitre 3

Résolution numérique des équations du vol

3.1 Objectifs de la résolution numérique

Après avoir déterminé un modèle dynamique et aérodynamique du vol du boomerang en dégagant un système d'équations régissant la trajectoire de celui-ci, la dernière partie de notre travail fut d'effectuer une simulation numérique de cette trajectoire, afin de vérifier nos modèles et de les comparer avec notre propre expérience de lanceur de boomerang. Pour cela, nous disposions d'une part du système d'équations (I - LX) résultant de l'étude dynamique, dans lequel nous avons injecté les différentes formes des forces et moments calculés dans l'étude aérodynamique, d'autre part des conditions initiales du lancer, mesurées expérimentalement, et enfin de logiciels de simulation numérique puissants comme Maple et Matlab. En effectuant diverses simulations, nous avons ainsi pu évaluer la validité de nos divers modèles aérodynamiques, et étudier l'influence de divers paramètres (les conditions initiales par exemple) sur la trajectoire du boomerang.

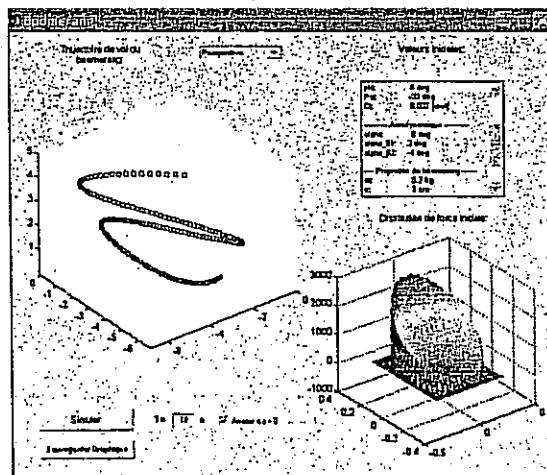


FIG. 3.1 – Interface graphique de calcul de la trajectoire, programmée sous Matlab

3.2 Principes de la simulation

Pour effectuer nos simulations, nous avons utilisé deux logiciels : Maple dans un premier temps, afin de tester les différentes formes des équations obtenues avec les différents modèles aérodynamiques. Dans un deuxième temps, nous avons réalisé une interface graphique de calcul des trajectoires utilisant les formes finales des équations, par l'intermédiaire de la résolution du système différentiel des équations du mouvement avec Matlab. Pour résoudre un tel système, Matlab utilise une variante de la méthode de Runge-Kutta, avec une précision relative de 10^{-3} et une précision absolue de l'ordre de 10^{-6} . Le code utilisé pour les différentes simulation est disponible sur format électronique.

3.3 Etudes de la validité des différents modèles aérodynamiques

Le premier modèle aérodynamique considéré est un modèle discret dans lequel on ne considère qu'un seul point de calcul de la force par pale pour un boomerang à quatre pales virtuelles. Ce modèle ne doit être interprété que comme une première approche du calcul des forces aérodynamiques. La simulation sous Maple conduit à une divergence à l'infini de la trajectoire du boomerang.

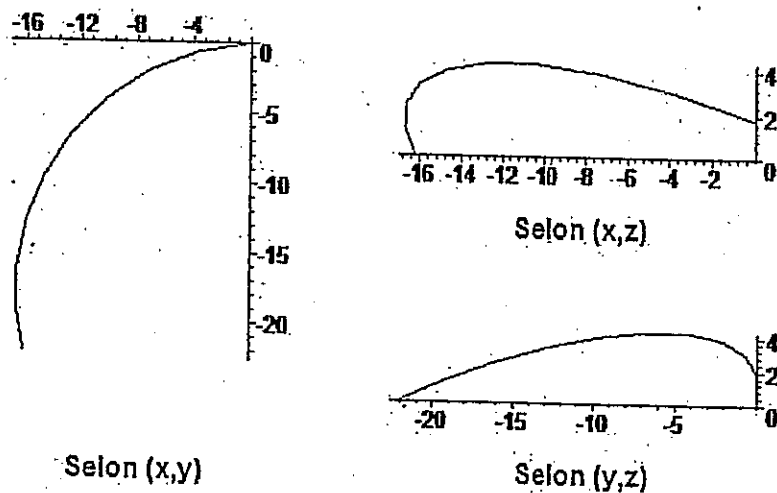


FIG. 3.2 - Simulation sous Maple du modèle discret des forces aérodynamiques

Le deuxième modèle est une approche continue du problème, où l'on intègre brutalement l'expression de la différentielle des forces aérodynamique. Les simulations sont à nouveau peu convaincantes : avec une masse de 200 g le boomerang tombe immédiatement au sol.

Par contre, avec une masse d'un gramme, la trajectoire s'apparente à ce que l'on observe en réalité, même s'il retombe rapidement au sol.

Finalement, le dernier modèle considéré (cf partie aérodynamique), conduit à des simulations sous Maple très convaincantes. En utilisant des conditions initiales conformes à l'expérience, on obtient des trajectoires proches de celles observées. Ce modèle, même s'il a quelques limites (cf 2.3), est clairement le meilleur, et c'est celui que nous avons choisi de garder pour la programmation sous Matlab.

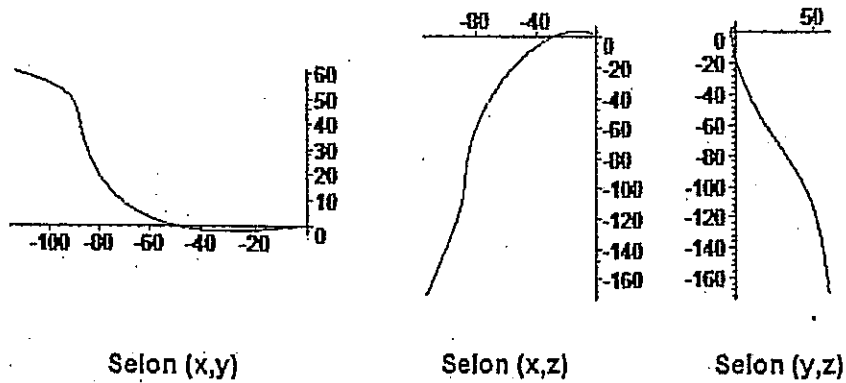


FIG. 3.3 – Simulation sous Maple du premier modèle continu avec un boomerang de 200g

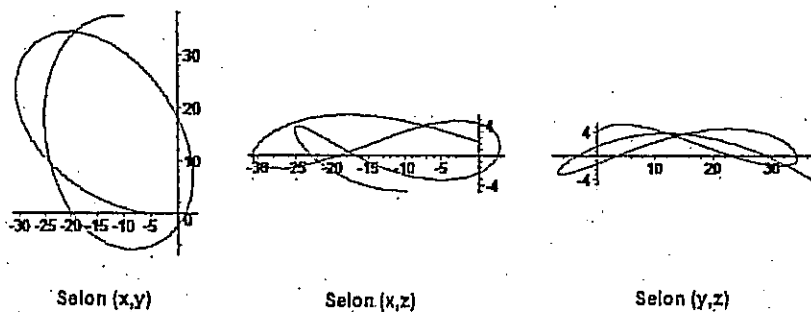


FIG. 3.4 – Simulation sous Maple du premier modèle continu avec un boomerang de 1g

3.4 Etude de l'influence des conditions initiales

Pour étudier l'influence sur la trajectoire des conditions initiales de lancer, nous avons utilisé l'interface graphique programmée en Matlab. Toutes choses égales par ailleurs, nous avons fait varier successivement les différentes conditions initiales de lancer. Les courbes représentatives de l'influence de la variation des conditions initiales sont disponibles en annexe.

3.4.1 Influence de la vitesse initiale

Nous avons effectué trois simulations de lancer pour des vitesses initiales valant respectivement 5, 15 et 25 $m s^{-1}$. Nous avons ensuite relevé l'amplitude de la trajectoire dans chacun des cas :

- Pour le lancer à 5 $m s^{-1}$, le point culminant de la trajectoire se situe à 2 m de haut, et le boomerang se déplace dans un carré de 5 m x 5 m.
- Pour le lancer à 15 $m s^{-1}$, le point culminant de la trajectoire se situe à 3,6 m de haut, et le boomerang se déplace dans un carré de 6 m x 7 m.
- Pour le lancer à 25 $m s^{-1}$, le point culminant de la trajectoire se situe à 5 m de haut, et le boomerang se déplace dans un carré de 7 m x 7 m.

La forme des trajectoires observées correspond tout à fait à l'expérience, c'est-à-dire que plus v est grand, plus le boomerang monte haut. Cependant, les distances balayées par le boomerang au cours de la simulation sont inférieures à celles constatées expérimentalement.

3.4.2 Influence de la vitesse de rotation initiale

Nous avons effectué trois simulations de lancer pour des vitesses de rotation initiales valant respectivement 200, 150 et 100 $rad\ s^{-1}$. Nous avons ensuite étudié qualitativement la forme des courbes dans chacun des cas.

On constate que plus la vitesse initiale de rotation est grande, plus le boomerang tend à décrire une trajectoire circulaire. Pour des valeurs faibles de cette vitesse, le boomerang ne revient pas au lanceur en fin de trajectoire.

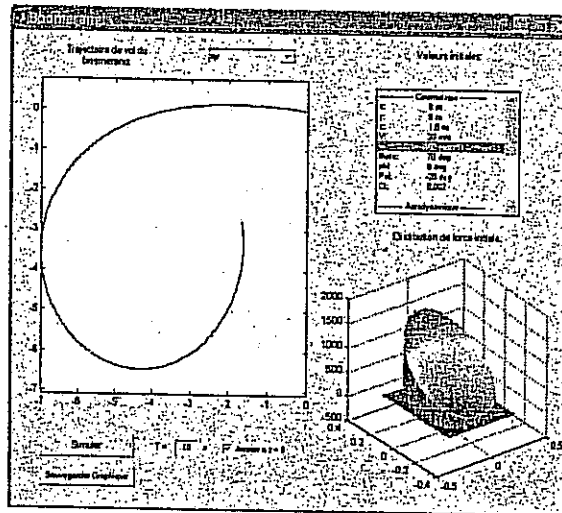


FIG. 3.5 - Etude de l'influence de la valeur initiale de ω_z , ici $\omega_z = 150\ rad\ s^{-1}$

3.4.3 Influence de l'angle θ initial

Nous avons effectué plusieurs simulations de lancer pour des valeurs de θ initiales variant de 90° à 10° . Nous avons ensuite étudié qualitativement la forme des courbes dans chacun des cas.

Lorsque $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, le boomerang décrit des trajectoires similaires. On observe cependant un rétrécissement de la largeur de la trajectoire. Pour des valeurs de θ tendant vers 0, la simulation semble confirmer le décrochage que l'on observe expérimentalement.

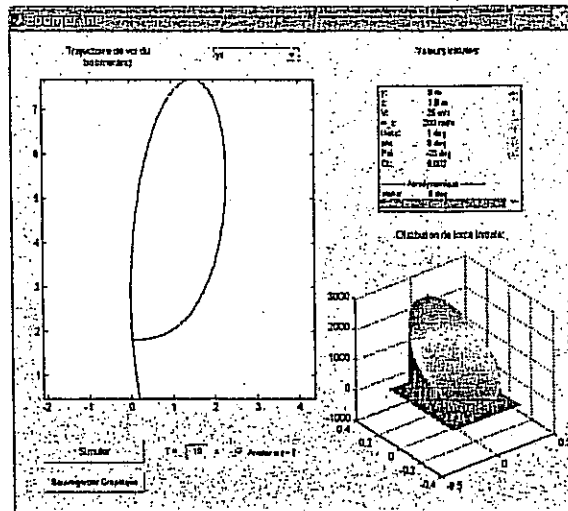


FIG. 3.6 - "Décrochage" pour des valeurs de θ tendant vers 0

3.5 Étude de l'influence de la forme du boomerang sur la trajectoire

Cette étude était l'objectif initial de notre projet. Nous ne l'avons pas atteint, à la vue des difficultés rencontrées dans les autres parties de l'étude. Cependant, il est facilement imaginable d'améliorer notre modèle pour tenir compte des variations des formes locales des pales du boomerang. En connaissant l'équation de la forme de la pale, l'expression de la force aérodynamique pourrait être obtenue par intégration sur l'abscisse curviligne.

A priori, on pourrait ainsi obtenir la trajectoire d'un type quelconque de boomerang, possédant un bord d'attaque et un bord de fuite. En pratique, on constate que quasiment toutes les formes imaginables de boomerang volent et reviennent à leur lanceur, comme nous l'a confirmé M. Serge D'Ignazio, en nous montrant plusieurs de ses créations originales.

Chapitre 4

Organisation du projet

4.1 Les méthodes de travail

4.1.1 La définition des objectifs, identification des difficultés

Un intérêt du projet est de nous confronter seuls à un problème complet : définir le problème, trouver des réponses mais aussi poser les bonnes questions, trouver une organisation efficace... En bref, mener un projet de A à Z en effectuant toutes les tâches que cela implique.

Nous avons entrevu, pendant toute l'année, quelques problèmes liés à un tel travail "en aveugle". Nous avons par exemple eu des difficultés à se poser les bonnes questions pendant la phase de planification. Ainsi, nous avons mal jugé a priori la quantité de travail liée à la partie "aérodynamique". La raison est, avec le recul, assez évidente : au lieu de penser en terme de "temps que cela allait nous prendre", nous avons raisonné en terme de "temps que l'on aimerait que cela nous prenne" ! Nous avons donc sous-évalué la difficulté de cette partie qui au final a constitué le cœur de notre projet. Nous n'avons donc pas su éviter de nombreux problèmes dont nous avons pourtant souvent conscience et que l'on croyait -à tort- pouvoir surmonter.

Cependant, ce travail préliminaire de définition des objectifs nous est apparu essentiel au cours de l'année alors qu'il nous paraissait être une perte de temps en début d'année. En effet, le descriptif des objectifs a été un garde-fou indispensable tout au long du projet. En nous imposant de réfléchir globalement sur le travail que nous avions à faire, il nous a évité de nous perdre dans des points de détails ou dans des travaux inutiles.

4.1.2 La répartition des tâches

Les origines très diverses ainsi que les goûts variés des membres du groupe ont grandement facilité la répartition des tâches au sein du groupe.

Nous avons essayé d'un côté, d'utiliser les capacités de chacun selon sa filière d'origine, mais aussi, d'un autre côté, de répartir le travail selon ses préférences et ses attentes.

De l'avis général, cette répartition a été l'un des points les plus positifs de ce projet. Chaque membre a pu appliquer ses connaissances sur un exercice concret mais aussi découvrir de nouveaux domaines qui l'intéressaient. Par exemple, les élèves de la filière PSI ont pu utiliser leurs bases en mécanique des fluides au début du projet pour guider le groupe, à une période où le cours de M. Huerre n'avait pas encore débuté à l'école.

4.1.3 La gestion du temps, suivi de l'avancement des travaux

Un des intérêts du Projet Scientifique Collectif est également de travailler sur la durée. Il met en relief les difficultés attachées à un travail de ce type. De ce point de vue, l'expérience est très formatrice car nous avons été confrontés à toutes sortes de problèmes pendant toute l'année : routine, démotivation liée à l'absence de résultats, problèmes inattendus et non-inclus dans le planning... La liste est longue !

Tout d'abord, nous avons globalement été trop optimistes dans notre planning de début d'année : au lieu de créer, comme nous le souhaitions, un effet de motivation par la création d'un objectif ambitieux, ce planning serré a joué en notre défaveur et a plutôt installé un sentiment de surcharge de travail.

Par ailleurs, nous avons, comme nous l'avons déjà dit précédemment, mal estimé l'une des grandes parties de notre projet : la partie "aérodynamique". Alors que nous avions prévu deux mois, nous avons passé quatre mois sur ce travail qui a en fait constitué le noeud de notre projet.

Cependant, il y eu des points très positifs. La recherche bibliographique, mais surtout la partie dynamique ont été accomplies dans les temps. Ceci est en grande partie du à la bonne analyse que nous avons faite en amont du projet : il est vrai que la dynamique est un sujet que nous commençons à bien maîtriser !

Enfin, nous avons prévu dans notre planning, une partie sur l'étude de l'influence de la forme du boomerang sur sa trajectoire. Etant donnée la mauvaise évaluation du temps nécessaire à la réalisation de la partie "aérodynamique", préliminaire indispensable à la poursuite de notre projet, nous n'avons pas pu étudier en profondeur le sujet. Nous pensons cependant que celui-ci pourrait constituer un intéressant sujet de projet pour les années à venir car il mêle des domaines très variés : la mécanique des fluides, l'optimisation des formes, la simulation numérique...

4.2 Le travail en équipe

4.2.1 Réunions avec le tuteur

Nous avons pour objectif d'effectuer une réunion par mois avec notre tuteur, M. Costes. Ces réunions avaient pour but initial de donner les grandes orientations à notre projet, de donner des méthodes globales de travail et de recadrer notre champ d'action.

Ces réunions se très bien passées : elles ont été régulières (une fois par mois) et très enrichissantes. En effet, durant ces rencontres, notre tuteur a su recadrer notre travail, nous donner de l'aide sur des points techniques en rapport avec son travail - les voilures tournantes - et nous freiner parfois, notamment en début de projet, quand nous ne mesurons pas encore bien la charge de travail. Ces réunions ont donc été très profitables. Elles ont constitué par ailleurs une échéance régulière qui permettait à chacun de se relancer dans le projet. Ainsi, quand nous n'avons pas pu assurer de réunion pendant le mois d'avril du fait des indisponibilités de chacun des membres du groupe, cela a pesé l'avancement du projet.

4.2.2 Réunions de groupe

Nous avons prévu, en début de projet, d'organiser une réunion hebdomadaire de tout le groupe afin de rendre compte régulièrement des avancées du projet scientifique et ainsi, donner un "rythme de croisière" au projet. L'objectif était donc d'éviter les pics de travail à l'approche des grandes échéances.

Malheureusement, le manque de temps et le manque de motivation global pendant les périodes "d'accalmie" ont vite rendu ces réunions inutiles : l'absence d'avancées significatives ainsi que la décontraction de l'ambiance de travail nous ont mené à réfléchir sur l'utilité de telles réunions.

Il a donc été décidé de les remplacer, à partir du mois d'avril, par des réunions très brèves de 15 minutes environ toutes les deux semaines. La consigne était simple : chacun venait après avoir préparé ce qui lui avait été demandé la semaine précédente. Un point rapide des avancées était fait. Enfin, le travail était réparti pour les deux semaines suivantes en donnant des objectifs plus précis mais moins ambitieux qu'auparavant. Cette nouvelle organisation a permis d'améliorer très sensiblement l'efficacité du travail dans le groupe : le projet a avancé plus rapidement en fin d'année et nous avons pu continuer à nous réunir même pendant les examens de la fin du mois d'avril.

4.2.3 Réunions "techniques"

Ces réunions avaient lieu quand le besoin se faisait sentir et ne concernaient que les personnes confrontées à un problème précis sur une mission commune : réalisation d'une expérience, rédaction d'un compte rendu, problème de calcul, simulation numérique, formulation d'hypothèses...

Etant motivées par un problème précis, ces réunions ont été généralement très efficaces. De plus, leur caractère moins formel les a rendues plus "ludiques" aux yeux des membres du groupe. Elles ont constitué la base principale de notre travail au niveau du contenu scientifique.

4.2.4 Les limites du travail en équipe

L'intérêt principal du Projet Scientifique Collectif est de fournir aux élèves une expérience du travail en équipe pour pallier à une lacune évidente du système des classes préparatoires. Cependant, même s'il constitue une tentative intéressante sur le fond, le Projet Scientifique Collectif reste très artificiel dans sa forme :

- Aucun véritable créneau n'est dégagé régulièrement. Les quelques heures qui combleraient l'emploi du temps ne sont qu'un prétexte. Il faut en effet le comparer avec le système des MODEX qui bloque obligatoirement une journée entière par semaine.
- Il faut alors prendre sur le temps extrascolaire. Or ce temps est déjà largement occupé par les activités associatives qui sont également intéressantes au niveau humain et au niveau du travail en équipe mais qui sont mieux accueillies car elles sont moins scolaires. Bien souvent, le Projet Scientifique Collectif se retrouve donc relégué au second plan.
- De ce fait, il devient plus un regroupement de travaux personnels qu'un véritable travail d'équipe.

4.3 Les relations humaines au sein du groupe

4.3.1 L'intégration et l'apport des individualités

Comme nous l'avons dit précédemment, notre groupe de travail est très hétéroclite. Ainsi, trois filières issues des classes préparatoires sont représentées : MP, PT et PSI. Par ailleurs, il comporte deux élèves étrangers. Ce sont deux élèves suédois issus du programme international.

Cette collaboration inter-filières et "internationale" a été très profitable pour tout le groupe pour de nombreuses raisons :

- La première et la plus essentielle est que tous les élèves du groupe étaient motivés par l'étude des boomerangs. Personne n'a choisi ce sujet par défaut.
- La diversité des origines a permis une vraie complémentarité au niveau des compétences. Elle a permis également d'avoir un œil critique permanent sur les méthodes de travail et les compétences de chacun. Nous avons ainsi constaté que, si notre formation "française" au sein des classes préparatoires ainsi qu'à l'École Polytechnique nous donnait un bagage théorique suffisant pour mener un tel projet, l'apport des formations différentes de Jonas et Edwin a été indispensable en ce qui concerne la partie simulateur de programmation sous Matlab.
- Au-delà du niveau purement scolaire, elle a créé une ambiance originale au sein du groupe. Au final, cela a été l'occasion, pour tous les membres du groupe, de connaître des personnes qu'il était peu probable de connaître sinon.

4.3.2 La gestion des comportements

La gestion des comportements humains a sans doute été l'un des problèmes les plus délicats à gérer dans un tel projet parce qu'elle vient se rajouter aux problèmes plus " techniques " .

Ainsi, quand au début du projet, les difficultés techniques étaient absentes (étude bibliographique) ou plutôt bien gérées, les comportements restaient favorables : tous les membres étaient prêts à s'investir dans le projet. Par contre, quand au fur et à mesure de l'année, les problèmes ont commencé à s'accumuler, notamment dans la partie aérodynamique, il a été difficile de maintenir la motivation au sein du groupe. Ce qui n'a pas arrangé la résolution des problèmes techniques !

Par ailleurs, une certaine lassitude s'installe à force de travailler sur le même sujet. Enfin, alors que le début de la deuxième année reste assez peu chargée, la fin d'année s'apparente souvent à un parcours du combattant : nombreux projets, rapports, examens... qui compliquent la motivation des membres sur le projet collectif dans lequel chacun se sent moins impliqué que dans un projet en binôme ou un examen individuel.

Pour toutes ces raisons, la gestion humaine devient vite un point-clé de la réussite du projet. Mais il est très difficile de " s'automotiver " dans un groupe où l'ambiance est très amicale. Il a donc fallu, comme nous l'avons dit au début de cette partie, changer notre façon de travailler et de nous réunir pour redonner de l'élan au projet. C'est ce qui nous a permis de beaucoup faire avancer le projet pendant les deux derniers mois.

Pour conclure, il est à noter que nous avons su éviter les problèmes relationnels entre les membres du groupe et donc les blocages inutiles du projet pour des raisons extérieures à celui-ci.

Conclusion

L'objectif initial de notre Projet Scientifique Collectif était d'étudier le domaine des boomerangs au niveau scientifique, afin d'en déduire des résultats expérimentaux intéressants. Au final, ces six mois de projet ont été enrichissants et nous ont permis d'atteindre partiellement nos objectifs. Ainsi, même si nous n'avons pas pu, comme nous le souhaitions initialement, étudier en profondeur l'influence de la forme du boomerang sur sa trajectoire, nous avons réussi à établir un modèle scientifique rigoureux qui correspond tout à fait à l'expérience. De plus, nous avons pu étudier l'influence de divers paramètres sur la trajectoire du boomerang. Cette étude ne sera pas sans laisser de trace au niveau scientifique pour chacun de nous et s'il fut difficile d'aborder un problème nouveau, l'aboutissement d'un tel projet conduit à une satisfaction collective. Nous considérons donc, que du point de vue scientifique, ce projet fut une réussite.

Il en est de même au niveau humain, et nous sortons tous enrichis d'une expérience nouvelle, celle d'un travail en groupe de longue haleine. Ce projet a eu un rôle de passerelle entre le milieu scolaire relativement individualiste, et celui du travail, où la collaboration en équipe est indispensable à tout succès.

Bibliographie

Ouvrages de base

Patrick HUERRE
Mécanique des fluides, Tome I
Cours de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau (1998)

Barnes W. McCORMICK
Aerodynamics, aeronautics and flight mechanics

Pierre REBUFFET
Aérodynamique expérimentale
Librairie polytechnique CH. Béranger

Bernard ETKIN, Lloyd Duff REID
Dynamics of flight

Ouvrages spécialisés

Olivier DUFFEZ, Didier BONIN
L'essentiel du boomerang

Nakhaie JAZAR, G. Mechanical Engineering Department, Amirkabir University
of Technology
Analysis of the motion of Boomerang

Annexe : Etude de l'influence des conditions initiales du lancer

Dans toute la suite, les points rouges indiquent la position du lanceur.

Influence de l'angle θ initial

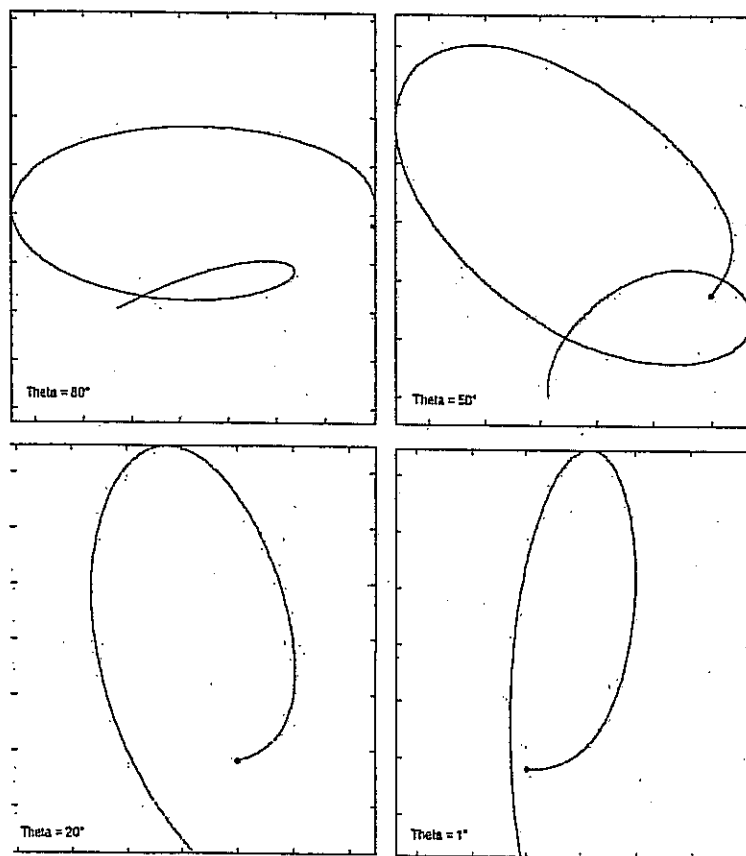
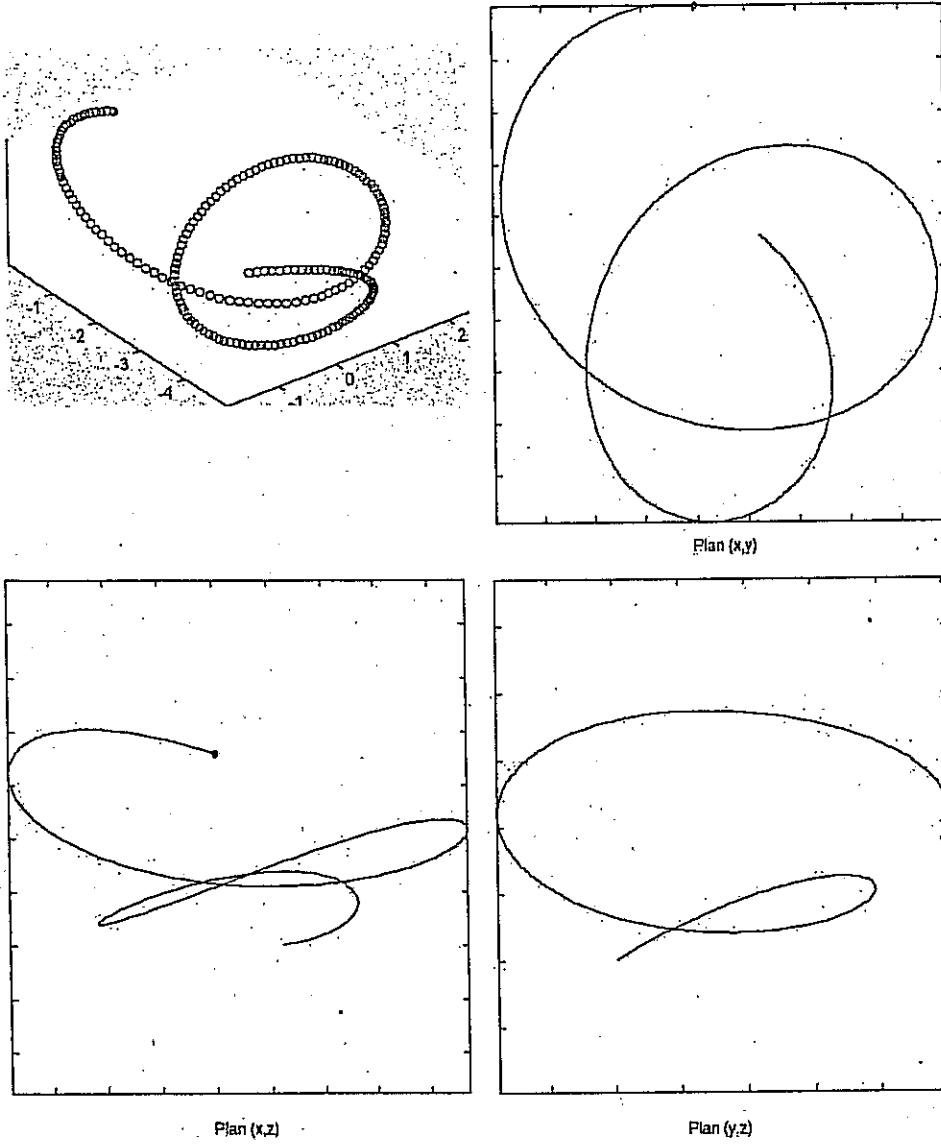


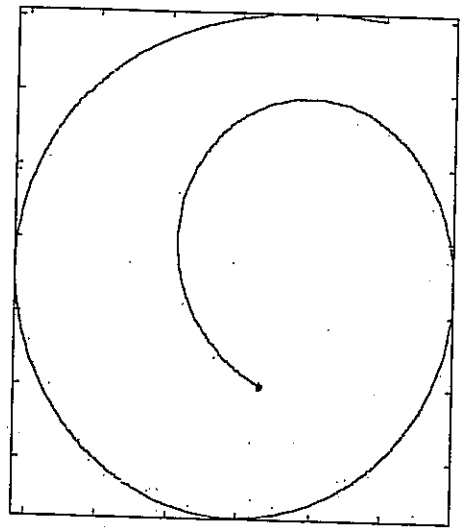
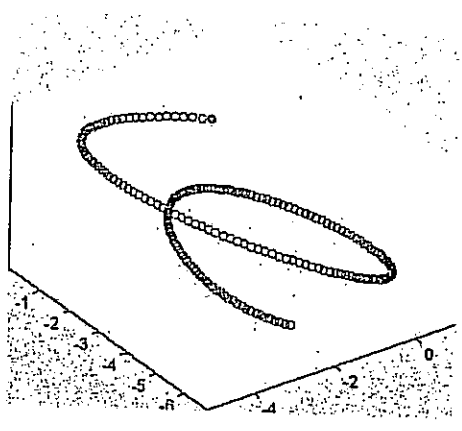
FIG. 4.1 – Etude de l'influence sur la trajectoire de la valeur initiale de θ

Influence de la vitesse V initiale

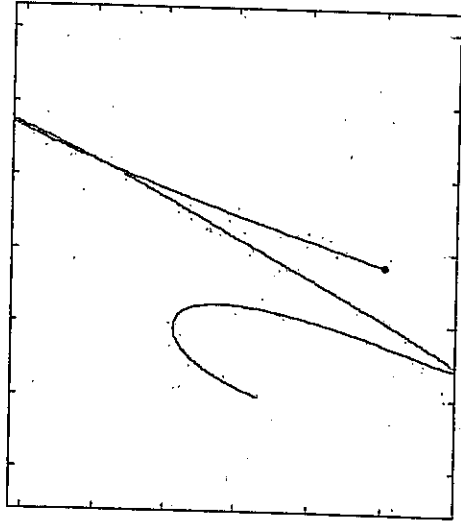
Courbes obtenues pour une vitesse initiale de lancer de 5 m s^{-1} :



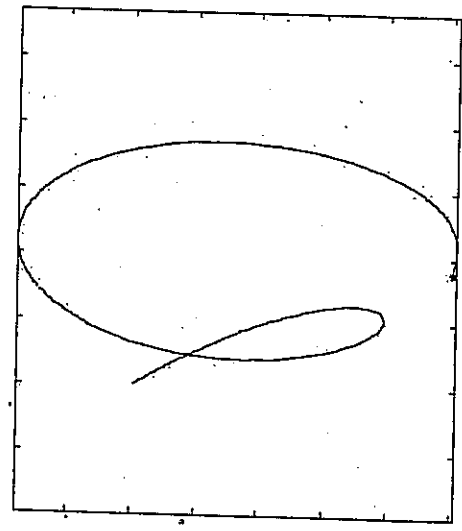
Courbes obtenues pour une vitesse initiale de lancer de 15 m s^{-1} :



Plan (x,y)

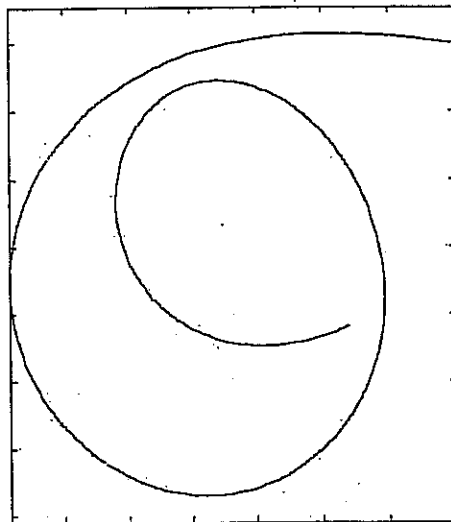
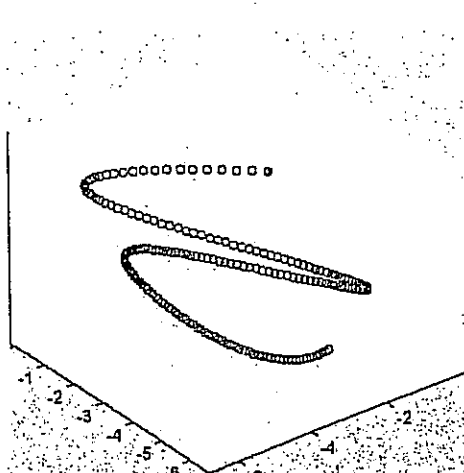


Plan (x,z)

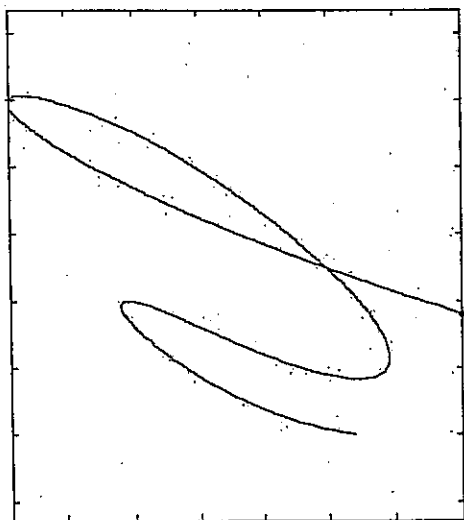


Plan (y,z)

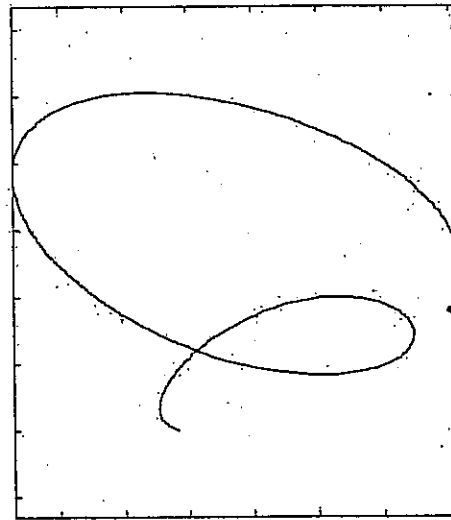
Courbes obtenues pour une vitesse initiale de lancer de 25 m s^{-1} :



Plan (x, y)



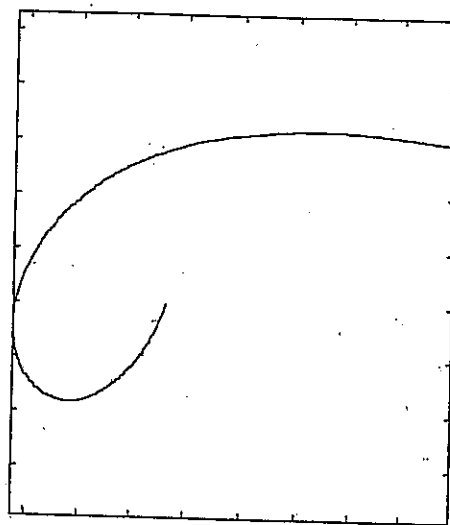
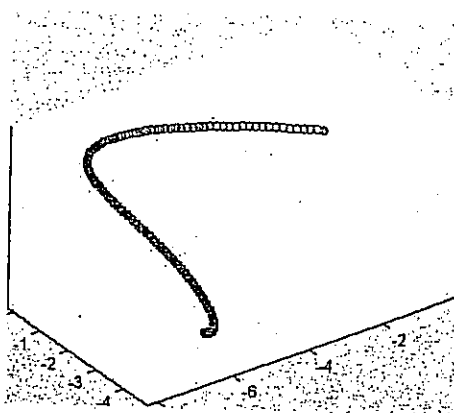
Plan (x, z)



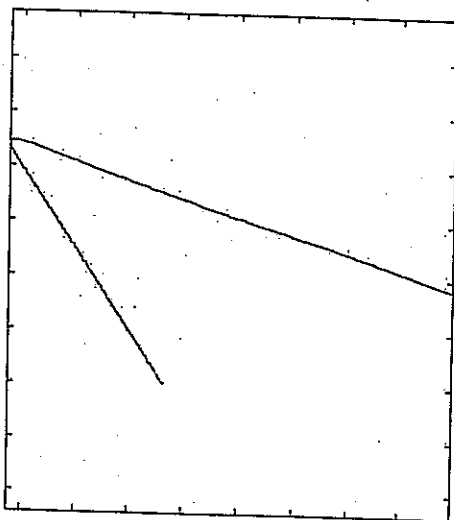
Plan (y, z)

Influence de la vitesse de rotation ω_z initiale

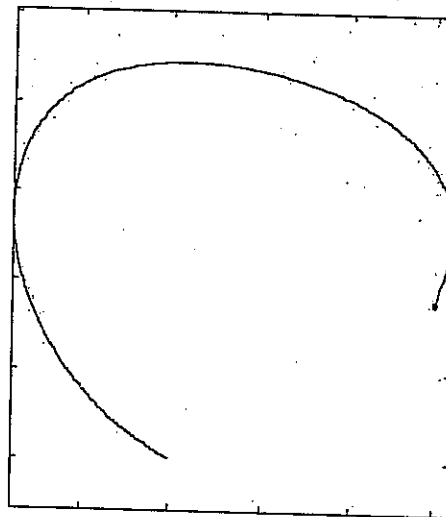
Courbes obtenues pour une vitesse de rotation initiale de lancer de 100 rad s^{-1} :



Plan (x,y)

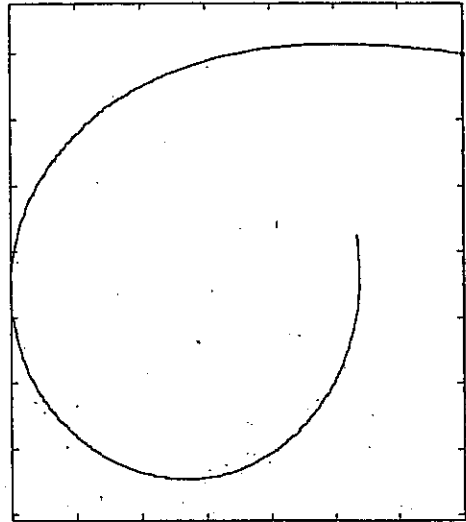
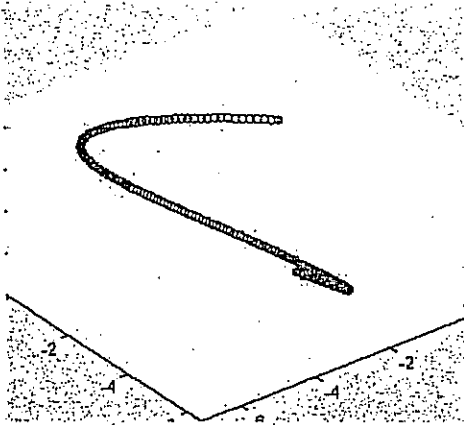


Plan (x,z)

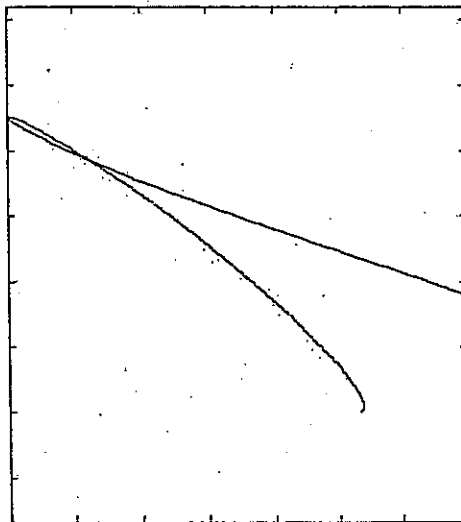


Plan (y,z)

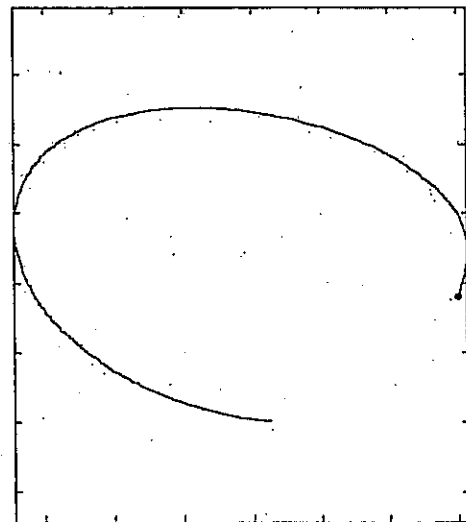
Courbes obtenues pour une vitesse de rotation initiale de lancer de 150 rad s^{-1} :



Plan (xy)

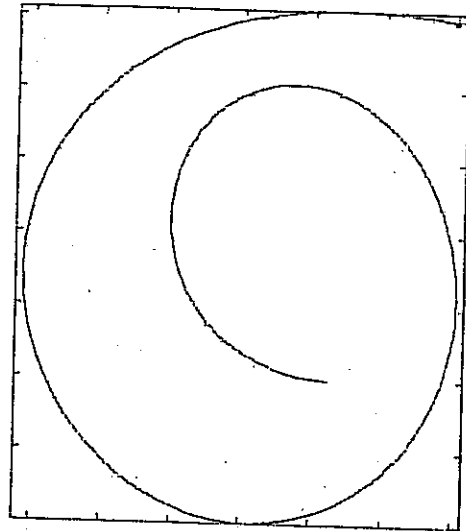
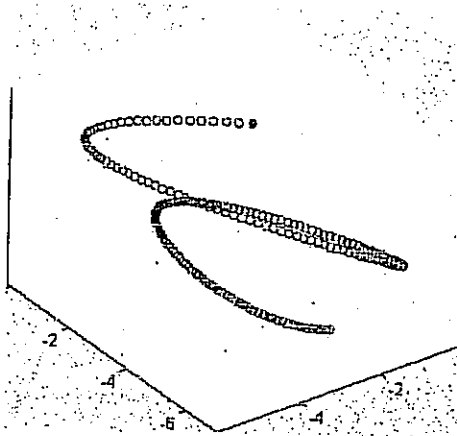


Plan (xz)

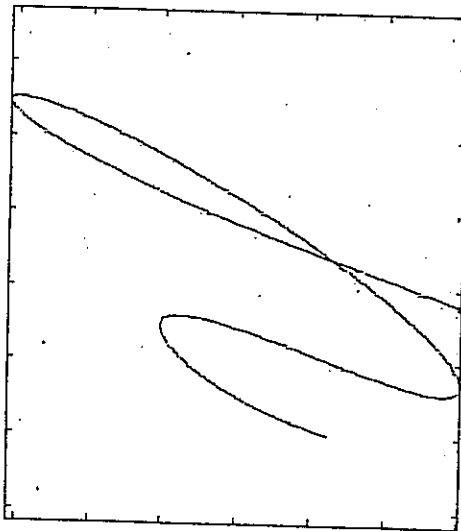


Plan (yz)

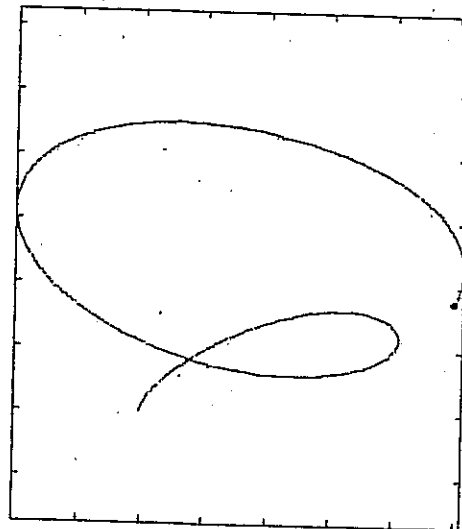
Courbes obtenues pour une vitesse de rotation initiale de lancer de 200 rad s^{-1} :



Plan (x,y)



Plan (x,z)



Plan (y,z)